

UNIVERZITET U BEOGRADU
SAOBRAĆAJNI FAKULTET

Dr Dušan TEODOROVIĆ

TRANSPORTNE MREŽE

VI izdanje

BEOGRAD
2021.

Dr Dušan Teodorović
TRANSPORTNE MREŽE
VI izdanje

Recenzenti: dr Jovan Popović
dr Katarina Vukadinović

Za izdavača: dr Nebojša Bojović, dekan

Glavni i odgovorni urednik: dr Marijana Petrović

Tehnički urednik: Gordana Marjanović

Korice: Dalibor Novak

Izdavač: Saobraćajni fakultet Univerziteta u Beogradu,
Vojvode Stepe 305,
telefon: 3976–017
fax: 3096–704
<http://www.sf.bg.ac.rs>

Priprema: Izdavačka delatnost Saobraćajnog fakulteta
telefon: 3091–344; 3091–329
e-mail: izdavacka_delatnost@sf.bg.ac.rs

Štampa: Pekograf d.o.o.
11080 Zemun, Vojni put 258/d
telefon/fax: 3149–166
e-mail: pekograf@sbb.rs
<http://www.pekograf.com>

Tiraž: 120 primeraka

ISBN 978–86–7395–239–0

Na osnovu odluke Uredivačkog odbora Saobraćajnog fakulteta Univerziteta u Beogradu broj 218/2 od 26. februara 2021. godine, odobrava se za upotrebu u nastavi kao osnovni udžbenik

Izdavač zadržava sva prava. Reprodukција pojedinih delova ili celine ove publikacije nije dozvoljen

Tadiji, Aleksi i Ljubici

SADRŽAJ

Predgovor 1

Uvod 3

1. OSNOVNI POJMOVI TRANSPORTNIH I KOMUNIKACIONIH MREŽA 9

- 1.1. Osnovni pojmovi 9
- 1.2. Izračunavanje stepena povezanosti mreže 13
- 1.3. Merenje dostupnosti 19
- 1.4. Izračunavanje gustine mreže 22
- 1.5. Prikazivanje mreža u matricnoj formi 23
- 1.6. Algoritam za konstrukciju razapinjućeg drveta 25
- 1.7. Algoritmi za iznalaženje razapinjućeg drveta najmanje dužine 29
- 1.8. Algoritam za iznalaženje razapinjućeg drveta najveće dužine 37

Literatura 43

2. TOKOVI NA MREŽAMA 45

- 2.1. Tokovi na granama mreže 45
- 2.2. Problem određivanja vektora tokova kome odgovaraju minimalni troškovi 47

- 2.3. Mreža sa jednim izvorom i jednim ciljem 48
- 2.4. Algoritam za iznalaženje maksimalnog toka kroz mrežu sa jednim izvorom i jednim ciljem 50
- 2.5. Algoritam za iznalaženje maksimalnog toka kroz mrežu sa više izvora i više ciljeva 59
- 2.6. Određivanje kritične grane mreže 64

Literatura 69

3. OPTIMALNI PUTEVI U TRANSPORTNIM I KOMUNIKACIONIM MREŽAMA 71

- 3.1. Iznalaženje optimalnog puta u mreži 71
- 3.2. Iznalaženje najkraćih puteva od jednog čvora do svih ostalih čvorova u mreži 72
- 3.3. Generički algoritam za iznalaženje najkraćih puteva od jednog čvora do svih ostalih čvorova u mreži 75
- 3.4. Algoritam Dijkstra-e za određivanje najkraćih puteva od jednog čvora do svih ostalih čvorova u mreži 79

- 3.5. Algoritam za pronalaženje drugog najkraćeg puta u mreži **85**
- 3.6. Algoritam za iznalaženje najkraćih puteva između svih parova čvorova **89**
Literatura **95**

4. PROBLEMI KOMBINATORNE OPTIMIZACIJE NA MREŽAMA: PROBLEM KINESKOG POŠTARA 97

- 4.1. Problem kineskog poštara **97**
- 4.2. Problem kineskog poštara na neorijentisanim mrežama **98**
- 4.3. Problem kineskog poštara na orijentisanim mrežama **104**
Literatura **107**

5. PROBLEMI KOMBINATORNE OPTIMIZACIJE NA MREŽAMA: PROBLEM TRGOVAČKOG PUTNIKA 109

- 5.1. Problem trgovačkog putnika **109**
- 5.2. Matematička formulacija problema trgovačkog putnika **111**
- 5.3. Računarska složenost i kvalitet algoritama za rešavanje problema trgovačkog putnika **112**
- 5.4. Heuristički algoritmi za rešavanje problema trgovačkog putnika **115**
- 5.5. Heuristički algoritmi zasnovani na slučajnom izboru **116**
- 5.6. Proždrljivi (Greedy) heuristički algoritmi **117**
- 5.7. Algoritam “najbližeg suseda” za konstrukciju rute trgovačkog putnika **118**

- 5.8. Algoritam “ubacivanja” za konstrukciju rute trgovačkog putnika **119**
- 5.9. Algoritam “najbližeg ubacivanja” za konstrukciju rute trgovačkog putnika **119**
- 5.10. Algoritam “najjeftinijeg ubacivanja” za konstrukciju rute trgovačkog putnika **124**
- 5.11. Algoritam “proizvoljnog ubacivanja” za konstrukciju rute trgovačkog putnika **126**
- 5.12. Christofides-ov heuristički algoritam za konstrukciju rute trgovačkog putnika **129**
- 5.13. Clarke–Wright-ov algoritam “ušteda” za konstrukciju rute trgovačkog putnika **131**
- 5.14. Algoritam “najvećeg ugla” za konstrukciju rute trgovačkog putnika **134**
- 5.15. Algoritam “ubacivanja u konveksan mnogougao” za konstrukciju rute trgovačkog putnika **138**
- 5.16. Or-ov algoritam za konstrukciju rute trgovačkog putnika **140**
- 5.17. 2-OPT, 3-OPT i k-OPT heuristički algoritam za rešavanje problema trgovačkog putnika **143**
- 5.18. Heuristički algoritmi za rešavanje problema trgovačkog putnika zasnovani na izravnavanju podataka **145**
- 5.19. Problem m trgovačkih putnika **148**
- 5.20. Probabilistički problem trgovačkog putnika i probabilistički ruting problemi **150**

- 5.21. Heuristički algoritam “najbližeg suseda” za rešavanje probabilističkog problema trgovačkog putnika **153**
- 5.22. Heuristički algoritam “skoro najbližeg suseda” za rešavanje probabilističkog problema trgovačkog putnika **157**

Literatura **159**

6. PROBLEMI KOMBINATORNE OPTIMIZACIJE NA MREŽAMA: METAHEURISTIČKI ALGORITMI 161

- 6.1. Metaheuristički algoritmi **161**
- 6.2. Lokalno pretraživanje **162**
- 6.3. Simulirano kaljenje **162**
- 6.4. Primer primene simuliranog kaljenja za projektovanje ruta u slučaju stohastičke potražnje **164**
- 6.4.1. Stohastički problemi rutiranja **164**
- 6.4.2. Algoritam simuliranog kaljenja za projektovanje ruta u slučaju stohastičke potražnje **170**
- 6.5. Genetski algoritmi **175**
- 6.6. Tabu pretraživanje **178**
- 6.7. Heuristički algoritmi inspirisani sistemima u prirodi **184**
- 6.8. Inteligencija grupe **184**
- 6.9. Optimizacija kolonijom mrava **186**
- 6.10. Optimizacija kolonijom pčela **191**
- 6.10.1. Metaheuristika “Optimizacija kolonijom pčela” **192**
- 6.11. Optimizacija grupom čestica **197**
- Literatura **199**

7. PROBLEMI RUTIRANJA

SAOBRAČAJNIH SREDSTAVA 205

- 7.1. Problemi rutiranja saobraćajnih sredstava **205**
- 7.2. Standardni problem rutiranja saobraćajnih sredstava **209**
- 7.3. Clarke–Wright-ov algoritam “ušteda” za projektovanje ruta saobraćajnih sredstava **212**
- 7.4. Modifikovani Clarke–Wright-ov algoritam “ušteda” zasnovan na pravilima fuzzy aritmetike **217**
- 7.5. Heuristički algoritam “čišćenja” za projektovanje ruta saobraćajnih sredstava **223**
- 7.6. Heuristički algoritam “čišćenja” u okviru pristupa “zoniranje-rutiranje” **225**
- 7.7. Dvofazni algoritam za projektovanje ruta saobraćajnih sredstava **227**
- 7.8. “Rutiranje-zoniranje” pristup rešavanju problema projektovanja ruta saobraćajnih sredstava **232**
- 7.9. Problem rutiranja saobraćajnih sredstava u slučaju postojanja više baza **238**
- 7.10. Problem periodičnog rutiranja **241**
- 7.11. Problemi rutiranja i određivanje veličine i strukture flote saobraćajnih sredstava **250**
- 7.12. “Rutiranje-zoniranje” pristup za projektovanje ruta u slučaju različitih tipova saobraćajnih sredstava **250**
- 7.13. Modifikovani algoritam “ušteda” za projektovanje ruta u slučaju različitih tipova saobraćajnih sredstava **256**

- 7.14. Problemi rutiranja i redova vožnje saobraćajnih sredstava **263**
- 7.15. Algoritmi ušteda za rešavanje problema rutiranja sa vremenskim intervalima **266**
- 7.16. Algoritam najbližeg suseda za rešavanje standardnog ruting problema sa vremenskim intervalima **278**
- 7.17. Problem prikupljanja i razvoženja i problemi redova vožnje **282**
- 7.18. Transportni sistemi "Nazovi vožnju" **283**
- 7.19. Minimiziranje "praznih vožnji" u slučaju statičkog transportnog sistema "Nazovi vožnju" **285**
- 7.20. Heuristički algoritam za projektovanje ruta u slučaju statičkog transportnog sistema "Nazovi vožnju" **294**
Literatura **304**
- 8. RUTIRANJE SAOBRAĆAJNIH TOKOVA 313**
-
- 8.1. Tokovi na transportnim i komunikacionim mrežama **313**
- 8.2. Intenziteti tokova na transportnim mrežama **315**
- 8.3. Zavisnost nivoa usluge na mrežama od intenziteta tokova **317**
- 8.4. Funkcija performansi, funkcija potražnje i pojam ekvilibrijuma mreže **318**
- 8.5. Kapaciteti čvorova i grana transportne mreže **320**
- 8.6. Potrebe za upravljanjem saobraćajnim tokovima na mrežama **325**
- 8.7. Izvorno-ciljna matrica kretanja na transportnoj mreži **327**
- 8.8. Izbor rute na mreži **328**
- 8.9. Modeli izbora **329**
- 8.10. Logit model **331**
- 8.11. Nedostaci Logit modela: slučaj plavog i crvenog autobusa **336**
- 8.12. Raspodela saobraćaja na mreži **337**
- 8.13. Ekvilibrijum transportne mreže **340**
- 8.14. Korisnički ekvilibrijum u slučaju postojanja dve rute **343**
- 8.15. Formulacija problema raspodele saobraćaja na mreži koja odgovara korisničkom ekvilibrijumu u slučaju postojanja više od dve rute **345**
- 8.16. Formulacija problema raspodele saobraćaja na mreži koja odgovara optimumu sistema **350**
- 8.17. Raspodela saobraćaja na mreži tipa "sve ili ništa" **352**
- 8.18. Heuristički algoritmi za rešavanje problema raspodele saobraćaja na mreži koja odgovara korisničkom ekvilibrijumu **355**
- 8.18.1. Metod zadržavanja kapaciteta za iznalaženje korisničkog ekvilibrijuma **355**
- 8.18.2. Metod inkrementalne raspodele za iznalaženje korisničkog ekvilibrijuma **357**
- 8.19. Korisnički ekvilibrijum u slučaju varijabilne potražnje **357**
- 8.20. Raspodela saobraćaja na mreži: neke specifičnosti telekomunikacionih mreža **360**

- 8.21. Problem simultanog određivanja širina propusnog opsega i raspodele saobraćaja na komunikacionoj mreži **361**
- 8.22. Problem raspodele saobraćaja po mreži u slučaju kada su zadate vrednosti propusnih opsega na granama komunikacione mreže **363**
- 8.23. Diverzitet puteva **364**
- 8.24. Rutiranje u uslovima budžetskih ograničenja **365**
- 8.25. *Braess*-ov paradoks **366**
- 8.26. Dinamička raspodela saobraćaja na mreži **370**
- 8.27. Strategije za upravljanje saobraćajnom tražnjom **373**
- 8.28. Tarifiranje u uslovima saobraćajnih zagušenja **374**
- 8.29. Teorija masovnog opsluživanja i tarifiranje u uslovima saobraćajnih zagušenja **376**
- 8.30. Aukcijski modeli kupovine prava na korišćenje saobraćajne infrastrukture na mreži **379**
- 8.31. Proždrljivi algoritam za rešavanje problema određivanja pobednika kombinatorne aukcije **382**
- Literatura **383**
- 9. LOKACIJSKI PROBLEMI 389**
-
- 9.1. Osnovne postavke teorije lokacije **389**
- 9.2. Klasifikacija lokacijskih problema **390**
- 9.3. Merenje rastojanja u lokacijskim problemima **391**
- 9.4. Lokacijski problem pokrivanja skupa **393**
- 9.5. Lokacijski problem maksimalnog pokrivanja **398**
- 9.6. Problem p disperzije **399**
- 9.7. Medijane **401**
- 9.8. Algoritam za određivanje jedne medijane mreže **402**
- 9.9. Rešavanje problema p -medijana primenom algoritma za generisanje skupa dopustivih rešenja **406**
- 9.10. "Proždrljivi" heuristički algoritmi za rešavanje problema p medijana **410**
- 9.11. "Naizmenični" heuristički algoritam za rešavanje problema p medijana **412**
- 9.12. Heuristički algoritam "zamene" za rešavanje problema p medijana **414**
- 9.13. Lokacijski problem fiksnih troškova **416**
- 9.14. Primer lokacijskog problema fiksnih troškova: Problem određivanja lokacije čvorova (habova, rutera) komunikacionih mreža **418**
- 9.15. Lokacija habova **419**
- 9.16. Centri **422**
- 9.17. Algoritam za određivanje centra mreže **423**
- Literatura **425**
- Beleška o autoru 429**
-

Predgovor

Četvrto, prerađeno i dopunjeno izdanje knjige “Transportne mreže” namenjeno je studentima akademskih, master i doktorskih studija Saobraćajnog fakulteta, kao i inženjerima koji se svakodnevno susreću sa složenim saobraćajnim i transportnim problemima. Knjiga je nastala na osnovu predavanja koje je autor tokom dužeg niza godina držao na redovnim i posle diplomskih studijama na Saobraćajnom fakultetu i američkom univerzitetu Virginia Polytechnic Institute and State University.

Među najznačajnije autore koji su dali značajan doprinos, rešavanju problema raspodele saobraćaja na mrežama i problema rutiranja saobraćajnih sredstava spadaju, između ostalih, Michael Ball, Lawrence Bodin, Carlos Daganzo, Mark Daskin, Michael Florian, Bruce Golden, Patric Jaillet, Richard Larson, Hani Mahmassani, Amedeo Odoni, Warren Powell, Harilaos Psaraftis, Yosef Sheffi, Marius Solomon i Francois Souimis. Veliko je zadovoljstvo i privilegija autora ove knjige što je imao priliku da upozna većinu ovih izuzetnih ljudi, a sa pojedinih i da ostvari dugogodišnju kolegijalnu saradnju. Radovi ovih autora su svakako imali najveći uticaj na odabir materije izložene u ovoj knjizi.

Najtoplije se zahvaljujem recenzentima knjige prof. dr Jovanu Popoviću i prof. dr Katarini Vukadinović na korisnim primedbama i sugestijama.

Posebno se zahvaljujem Milici Šelmić na izuzetnom trudu i pruženoj pomoći prilikom pripreme rukopisa za štampu.

Moja deca Jelena i Smilja, moji unuci Tadija i Aleksa i moja unuka Ljubica su bili, jesu i biće predivna inspiracija za pisanje knjiga.

Ova knjiga svakako ne bi nastala bez Ljubicine pažnje, velikog razumevanja i dugogodišnje podrške.

CIP – КАТАЛОГИЗАЦИЈА У ПУБЛИКАЦИЈИ
Народна библиотека Србије, Београд

656:510.5(075.8)
656.022:510.5(075.8)

ТЕОДОРОВИЋ, Душан, 1951-

Transportne mreže / Dušan Teodorović. - 6. izd. - Beograd :
Univerzitet, Saobraćajni fakultet, 2021 (Zemun : Pekograf). - V, 428
str. : ilustr. ; 24 cm

Tiraž 120. - Beleška o autoru: str. [429]. - Bibliografija uz svako
poglavlje.

ISBN 978-86-7395-239-0

- a) Саобраћај - Пројектовање - Алгоритми
- b) Саобраћај - Организација - Алгоритми

COBISS.SR-ID 32912393