

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
САОБРАЋАЈНИ ФАКУЛТЕТ

Драгана М. Дреновац

**РАСПОРЕЂИВАЊЕ РЕСУРСА НА
ПЛАНИРАНЕ АКТИВНОСТИ У
САОБРАЋАЈНОЈ И ТРАНСПОРТНОЈ ПРАКСИ
ПРИМЕНОМ МЕТАХЕУРИСТИЧКИХ
АЛГОРИТАМА**

Докторска дисертација

Београд, 2020.

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF TRANSPORT AND TRAFFIC ENGINEERING

Dragana M. Drenovac

**RESOURCE SCHEDULING IN TRAFFIC AND
TRANSPORTATION BY USING METAHEURISTIC
ALGORITHMS**

Doctoral dissertation

Belgrade, 2020.

МЕНТОР:

Др Јован Поповић, редовни професор,
Универзитет у Београду Саобраћајни факултет

ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ:

Др Милорад Видовић, редовни професор,
Универзитет у Београду Саобраћајни факултет

Др Небојша Гвозденовић, редовни професор,
Универзитет у Новом Саду Економски факултет у Суботици

Датум одбране: _____

РАСПОРЕЂИВАЊЕ РЕСУРСА НА ПЛАНИРАНЕ АКТИВНОСТИ У САОБРАЋАЈНОЈ И ТРАНСПОРТНОЈ ПРАКСИ ПРИМЕНОМ МЕТАХЕУРИСТИЧКИХ АЛГОРИТАМА

Резиме: Распоређивање ресурса је процес одлучивања којим се ограничени ресурси оптимално додељују скупу активности или задатака током датог временског периода. Те одлуке углавном се доносе на оперативном нивоу.

Проблем распоређивања ресурса је општи и свеprisутан, а посебно важну улогу има у транспортним и логистичким процесима, односно у свим ланцима снабдевања, па тако и онима који се односе на снабдевање производима чији квалитет временом опада. Ову особину поседује велики број пољопривредних производа, као на пример воће, поврће и месо, при чему чекања и кашњења у процесу транспорта доводе до опадања квалитета такве робе, што умањује приход и утиче на смањење квалитета услуге. Из тог разлога предмет овог истраживања је оптимално распоређивање транспортних средстава на задатке допреме производа чији квалитет опада у времену, са циљем да се губици у квалитету производа минимизирају, уз истовремену минимизацију потребних ресурса који то обезбеђују. Респектујући стохастичку природу процеса снабдевања, која се односи како на трајање активности у ланцу снабдевања, тако и на смањење квалитета производа, распоређивање возила посматрано је као стохастички и динамички проблем за чије решавање је предложен хибридни оптимизациони и симулациони приступ. Поред покушаја да се предложеним приступом одговори на динамичку и стохастичку природу процеса у ланцима снабдевања производима чији квалитет временом опада, као још један аспект проблема, моделирана је и потреба уважавања принципа правичности и равноправности учесника у ланцу снабдевања са једне и принципа балансираног коришћења ресурса транспортног система са друге стране.

У циљу приказа резултата истраживања, у раду су представљени развијени предложени оптимизациони и симулациони модели, као и хеуристички приступи базирани на симулираном каљењу и методи променљивих околина. Ефикасност и практична применљивост предложених модела показана је на скупу тест примера различитих димензија.

Кључне речи: распоређивање возила за сакупљање, математичко моделирање, метахеуристике, симулирано каљење, метода променљивих околина, симулација, балансирање

Научна област:

Саобраћајно инжењерство

Ужа научна област:

Операциона истраживања у саобраћају и транспорту

UDK број: 656:519.8(043.3)

RESOURCE SCHEDULING IN TRAFFIC AND TRANSPORTATION BY USING METAHEURISTIC ALGORITHMS

Abstract: Resource scheduling is the decision-making process by which limited resources are optimally allocated to a set of activities or tasks over a given period of time. These decisions are mostly made at the operational level. The problem of resource scheduling is general and universal, with particularly important role in transportation and logistics processes, ie. in all supply chains, including those related to the supply of products whose quality deteriorates over time, mostly agricultural products, such as fruits, vegetables and meat. Waiting and delays in the transport process cause the deterioration in the quality of such products, which reduces income and the quality of service.

Therefore, the subject of this research is the optimal scheduling of transport resources to the supply of products whose quality decays over time, with the aim of minimizing losses in product quality, while simultaneously minimizing the necessary resources. Respecting the stochastic nature of the supply process, which refers to both the duration of activities in the supply chain and the deterioration of product quality, vehicle scheduling is viewed as a stochastic and dynamic problem for which a hybrid optimization and simulation approach was proposed.

In addition to responding to the dynamic and stochastic nature of processes in supply chains of products whose quality decays over time, another aspect of the problem, the need to respect the principles of fairness and equity of participants in the supply chain, as well as the principle of balanced use of transport system resources, has been also modeled.

Composition of the thesis is designed to present the research results containing the developed proposed optimization and simulation model, along with heuristic approaches based on simulated annealing and variable neighbourhood search methods. The efficiency and practical applicability of the proposed models is shown on a set of test instances of different size.

Keywords: collection vehicle scheduling, mathematical modeling, metaheuristics, simulated annealing, variable neighbourhood search, simulation, balancing

Scientific field: Transport and traffic engineering

Field of academic expertise: Operations research applications in transport and traffic engineering

UDK number: 656:519.8(043.3)

САДРЖАЈ

1. УВОД.....	1
2. РАСПОРЕЂИВАЊЕ РЕСУРСА У САОБРАЋАЈУ И ТРАНСПОРТУ	5
3. ОПИС ПРИМЕЊЕНИХ МЕТОДА.....	12
3.1 Проблеми оптимизације.....	12
3.2 Симулирано каљење	15
3.3 Метода променљивих околина	17
3.4 Симулација система са дискретним догађајима	21
4. ПРОБЛЕМ РАСПОРЕЂИВАЊА ВОЗИЛА ЗА САКУПЉАЊЕ ПРОИЗВОДА ЧИЈИ КВАЛИТЕТ ВРЕМЕНОМ ОПАДА	24
4.1 Сакупљање производа чији квалитет временом опада	24
4.2 Преглед литературе.....	27
4.3 MINLP формулација модела распоређивања возила за сакупљање	29
4.4 Решавање проблема распоређивања возила за сакупљање производа чији квалитет временом опада: хибридни приступ оптимизацијом и симулацијом.....	36
4.4.1 Приступ решавању заснован на техници симулираног каљења	37
4.4.2 Симулационо моделирање.....	40
4.4.3 Решавање проблема применом хибридног приступа оптимизацијом и симулацијом	43
4.5 Примена хибридног приступа оптимизацијом и симулацијом у решавању проблема распоређивања возила за сакупљање шећерне репе	46
4.5.1 Организација снабдевања фабрика шећера шећерном репом.....	46
4.5.2 Опис процеса сакупљања шећерне репе	47
4.5.3 Експериментална подешавања.....	48
5. БАЛАНСИРАНО РАСПОРЕЂИВАЊЕ РЕСУРСА	57
5.1 Видови балансирања у моделима распоређивања ресурса	57
5.2 Балансирано сакупљање шећерне репе различитих произвођача	59
5.2.1 Опис проблема и формулација модела	59
5.2.2 Решавање проблема применом симулираног каљења.....	62
5.2.3 Примена SA алгоритма на балансирано сакупљање шећерне репе различитих произвођача	67

5.2.4	Анализа резултата.....	68
5.3	Минимизација броја возила са балансирањем радног оптерећења.....	77
5.3.1	Математичка формулација проблема.....	77
5.3.2	Примена методе променљивих околина на оптимизацију величине возног парка са балансирањем радног оптерећења	79
5.3.3	Резултати тестирања.....	81
6.	ЗАКЉУЧАК.....	85
	ЛИТЕРАТУРА.....	88
	ПРИЛОЗИ.....	98

ПРЕГЛЕД СЛИКА

Слика 1	Растопљени материјал (лево) и кристализовано чврсто стање (десно).....	15
Слика 2	Конфигурација радијалне транспортне мреже која представља сировинско подручје [86]	26
Слика 3	Пример представљања решења.....	37
Слика 4	Дијаграм тока (а) и Flexsim симулациони модел (б) [86]	41
Слика 5	Дијаграми тока којима је представљена примена DBD (а) и НВН (б) хибридног приступа оптимизацијом и симулацијом [86]	44
Слика 6	Сировинско и производно подручје шећеране [124].....	48
Слика 7	"Степен реалности" за случајеве великих области сакупљања.....	54
Слика 8	Приказ решења.....	63
Слика 9	Неизбалансирано решење илустративног примера	66
Слика 10	Избалансирано решење илустративног примера	66
Слика 11	Губитак у сахарози по произвођачу за $\theta=20\%$	72
Слика 12	Губитак у сахарози по произвођачу за $\theta=30\%$	73
Слика 13	Губитак у сахарози по произвођачу за повећање вредности са $\theta=20\%$ на $\theta=30\%$	73
Слика 14	Расподела разлике у возилима за $\theta=20\%$	74
Слика 15	Расподела разлике у возилима за $\theta=30\%$	74
Слика 16	Кодирање решења	79

ПРЕГЛЕД ТАБЕЛА

Табела 1 Облик прелиминарног распореда возила добијеног SA алгоритмом.....	45
Табела 2 Основни скупови нумеричких примера са бројем чворова, транспортном тражњом, почетним садржајем шећера и удаљеностима од депоа	49
Табела 3 Резултати примене егзактног решавача CPLEX и SA алгоритма за решавање скупа примера малих димензија	52
Табела 4 Просечни ефекти предложеног приступа на повећање сакупљене сахарозе	56
Табела 5 Вредности параметара илустративног примера.....	62
Табела 6 Подаци илустративног примера.....	64
Табела 7 Перформансе предложеног метода моделирања без ограничења једнакости произвођача (1000 t дневне производње).....	70
Табела 8 Перформансе предложеног метода моделирања са ограничењима једнакости произвођача (1000 t дневне производње, $\theta=20\%$)	70
Табела 9 Перформансе предложеног метода моделирања са ограничењима једнакости произвођача (1000 t дневне производње, $\theta=30\%$)	71
Табела 10 Губитак сахарозе у односу на почетну количину (7000 t дневне производње).....	72
Табела 11 Средња вредност и стандардно одступање количине сахарозе, броја возила и времена решавања за три варијанте модела	75
Табела 12 Расподела количине сахарозе по произвођачима за све три варијанте модела (7000 t)	76
Табела 13 Утицај балансиране (3а) и небалансиране доделе тура у метахеуристичким решењима за примере великих димензија.....	82
Табела 14 Утицај балансиране (3а+3б) и небалансиране доделе тура у метахеуристичким решењима за примере великих димензија.....	83

ПРЕГЛЕД СКРАЋЕНИЦА

ACO	Оптимизација колонијом мрава (Ant Colony Optimization)
BCO	Оптимизација колонијом пчела (Bee Colony Optimization)
BFD	Best Fit Decreasing
BPP	Проблем паковања (Bin Packing Problem)
DBD	day-by-day
DSVRPs	Динамички и стохастички проблеми рутирања возила (Dynamic And Stochastic Vehicle Routing Problems)
FTL	Директна испорука (full truck load)
GA	Генетски алгоритми (Genetic Algorithm)
GVNS	Општа метода променљивих околина (General VNS)
HBH	hour-by-hour
BILP	Бинарно целобројно линеарно програмирање (Binary Integer Linear Programming)
MINLP	Мешовито целобројно нелинеарно програмирање (Mixed Integer Nonlinear Programming)
MMTVRP	Проблем рутирања возила са вишеструким путовањима које изводи минимални број возила (Minimum Multiple Trip VRP)
MTVRP	Проблем рутирања возила са вишеструким путовањима (Multiple Trip Vehicle Routing Problem)
MTVSPFCD	Проблем распоређивања пуних возила за сакупљање са вишеструким обиласцима (Multiple Trip Vehicle Scheduling Problem With Full Truckload Collection Of Deteriorating Goods)
NP	Non-deterministic Polynomial time
PSO	Оптимизација ројевима честица (Particle Swarm Optimization)
PVNS	Паралелна метода променљивих околина (Parallel VNS)
RVNS	Редукована метода променљивих околина (Reduced Variable Neighborhood Search)
SA	Симулирано каљење (Simulated Annealing)
SVNS	Адаптивна метода променљивих околина (Skewed VNS)
SVRPs	Стохастички проблеми рутирања возила (Stochastic Vehicle Routing Problems)
TS	Табу претраживање (Tabu Search)
VND	Метода променљивог спуста (Variable Neighborhood Descend)
VNS	Метода променљивих околина (Variable neighborhood search)
VRP	Проблем рутирања возила (vehicle routing problems)
VSP	Проблем распоређивања возила (vehicle scheduling problem)

1. УВОД

Распоређивање је облик одлучивања који има важну улогу у многим дисциплинама, као што су транспорт и логистика, индустријско инжењерство, рачунарске науке. Односи се на расподелу ограничених ресурса на планиране активности чији је циљ оптимизација једне или више мера перформанси.

У изузетно широкој области која се односи на распоређивање ресурса у транспортним системима, веома важан сегмент чине и задаци у ланцима снабдевања робом чији квалитет опада током времена. Реч је о великом броју пољопривредних производа, пре свега свежег воћа, поврћа и меса, али и других производа, попут свеже резаног цвећа, крви и неких ратарских култура, за шта је пример шећерна репа. Сакупљање производа чији квалитет опада током времена и њихов превоз до места за прераду/продају је веома важан процес у ланцу снабдевања, с обзиром да застоји, чекања и кашњења у процесу транспорта доводе до опадања квалитета такве робе, што умањује приход, како произвођача и испоручилаца, тако и прерадних и система продаје и пласмана. То значи да неефикасност транспорта ових производа са једне стране директно утиче на повећање трошкова, а тиме и на смањење прихода учесника у овом процесу, али и на смањење квалитета услуге, са друге стране. Отуда је један од веома важних задатака у реализацији ланца снабдевања производима чији квалитет временом опада, спровођење управљачких и организационих активности којима се обезбеђује повећање ефикасности и смањење трошкова, односно повећање квалитета услуге, пре свега скраћивањем времена реализације транспортних процеса на најмању могућу меру. Активности које то омогућују су различите, а суштина је да морају обезбедити реализацију међусобно супротстављених циљева: смањење трошкова и повећање квалитета услуге. Један од могућих одговора на наведена питања јесте развој модела који би омогућили оптимално распоређивање ресурса на задатке, са погодном дефинисаном функцијом циља која би, поред минимизације трошкова, повећала и квалитет услуге. У случају ланца снабдевања производима који током времена губе квалитет, то се односи на дефинисање редоследа реализације задатака којима се губитак квалитета робе минимизује. Исто тако, имајући у виду да су трошкови транспортног система повезани са величином и искоришћењем возног парка, намеће се и потреба минимизације величине ангазоване флоте. Уз то, транспортни процеси су по својој природи стохастичког карактера, а у случају производа који временом губе

квалитет, стохастичност је присутна како у трајању активности у ланцу снабдевања, тако и у смањењу квалитета производа.

У овој докторској дисертацији сагледаван је значај проблема распоређивања ресурса у саобраћајној и транспортној пракси, а као посебан предмет дисертације је распоређивање најмањег могућег броја возила за сакупљање производа чији квалитет опада током времена тј. проналажење оптималног редоследа места на којима су производи привремено одложени и одређивање тренутака у којима треба посетити та места, максимизујући укупни квалитет сакупљених производа. Тај основни проблем је проширен, у циљу још већег приближавања проблемима у реалном систему, у једном делу на стохастичко и динамичко распоређивање возила, а у другом на уважавање принципа једнакости и равноправности пољопривредника приликом преузимања производа. Уз то, принцип правичности је кроз балансирање радног оптерећења разматран и у оптимизацији величине возног парка кога чине возила за сакупљање. Као пример реалног процеса на коме је тестирана могућност примене изложених идеја и развијених модела, разматран је процес сакупљања шећерне репе.

Детерминистички модел представљен у овој тези има одређених сличности са формулацијом рутирања и распоређивања возила за сакупљање стокe, представљеном у раду [1]. Сличности леже у постојању вишеструких обилазака, као и временских променљивих које се користе за распоређивање возила, али, са друге стране присутне су и значајне разлике и то не само у чињеници да квалитет сакупљене робе током времена опада, већ и у чињеници да возила у свакој тури посећују само једну локацију (FTL- full truck load). На тај начин проблем разматран у овом раду упућује на сличност са једном класом проблема рутирања возила, познатом као *проблем рутирања возила са вишеструким путовањима - турама* (Multiple Trip Vehicle Routing Problem - MTVRP), док потреба респектовања временске димензије упућује на сличност са *проблемом распоређивања возила* (Vehicle Scheduling Problem).

Сврха поменутих принципа правичности јесте да спрече привилегованост појединих учесника приликом распоређивања ресурса на планиране активности. Бројни су примери практичне примене, рецимо, у проблемима рутирања возила [2] где је најчешће балансирано радно оптерећење дужина обиласка изражена удаљеношћу или трајањем. Један од принципа правичности у овој тези је, такође, балансирање радног оптерећења. Међутим, поред трајања обиласка, уведено је и балансирање броја тура додељених возилима, а уз то, разматрана је и мера која одговара транспортном раду возила израженом у тонским километрима (tkm).

Такође, привилегованост може бити присутна и у самој динамици испоруке производа. Раном испоруком својих производа одређени пољопривредници остварили би већи профит, док би други, продајом крајем планског периода, када је производ нижег квалитета, били у неповољнијем положају. Идеја да се некако ублажи неједнак третман пољопривредника може се наћи у раду [3] у којем је концепт једнакости заснован на принципу ротације, где жетелац путује од фарме до фарме и сакупља одређени проценат трске. И у овој тези разматран је принцип равноправности произвођача, али се разликује од наведеног и подразумева да се током планског периода возила сваког дана упућују на места привременог одлагања

производа сваког од произвођача, тако да се са сваке локације не реализује мање од унапред одређеног броја тура.

У складу са наведеним, укратко се може рећи да је предмет ове дисертације управљање ланцима снабдевања производима чији квалитет временом опада, као и балансирана употреба ресурса у овим ланцима снабдевања.

Циљ истраживања у овој дисертацији јесте развој модела и алгоритама за доношење квалитетних управљачких одлука приликом оперативног управљања ланцима снабдевања производа чији квалитет временом опада, уз анализу ефеката задовољења услова балансирања.

Имајући у виду предмет и научни циљ, дисертација је организована на следећи начин.

Друго поглавље бави се значајем планирања и доношења одлука, као и нивоима планирања у односу на временски период, уз примере задатака који у њима могу да се јаве. Дата је категоризација проблема распоређивања ресурса на основу радног окружења, карактеристика посла, као и мера перформанси. Назначена је важност проблема распоређивања транспортних ресурса као сложених проблема оптимизације, уз навођење оних који се у пракси најчешће јављају, а то су проблеми распоређивања возила на задатке (Vehicle Scheduling Problems - VSPs) и проблеми одређивања рута возила (Vehicle Routing Problems - VRPs). За њих је дат кратак преглед најважнијих модела. Затим су представљени проблеми који се решавају у овој тези, а који спадају у проблеме распоређивања ресурса, и уведен је принцип равноправности приликом распоређивања ресурса. На крају, наведен је значај система за помоћ у доношењу одлука (Decision Support System) и указано је да развијени модели могу да послуже као основа у развоју једног таквог система.

У трећем поглављу дат је опис примењених метода. Претходно је објашњен појам оптимизације, дата је класификација оптимизационих модела и наведене су оптимизационе методе, са нагласком на метахеуристичке алгоритме као моћног средства за решавање комплексних проблема. Наведене су и различите поделе метахеуристичких алгоритама. Потом су приказана два метахеуристичка алгорита, симулирано каљење (Simulated Annealing) и метода променљивих околина (Variable Neighborhood Search), као оптимизационе методе примењене на проблеме који су решавани у овој тези. На крају, пажња је посвећена симулацији дискретних догађаја (Discrete Event Simulation) коришћеној у развоју симулационог модела процеса сакупљања.

У четвртном поглављу је, уз преглед релевантне литературе, описан процес сакупљања производа чији квалитет временом опада. Затим је дефинисан проблем распоређивања возила за сакупљање производа чији квалитет временом опада, формулисан на начин да обезбеди максимизацију квалитета сакупљених производа уз истовремену минимизацију броја ангажованих возила. Проблем је формулисан коришћењем две математичке формулације, нелинеарне (MINLP) и линеарне (BILP) засноване на апроксимацији која подразумева дискретизацију времена. Описан је развој SA алгорита, а потом и развој симулационог модела процеса сакупљања коришћеног за оцењивање стварних времена активности у ланцу снабдевања које су стохастичког карактера. Повезивање SA алгорита и симулационог модела је такво да, осим у првој примени, када је за оцену трајања појединих активности коришћен

G/G/c систем масовног опслуживања, SA алгоритам за ново распоређивање возила увек користи и један скуп података добијених симулацијом текућег распореда возила. Поред детерминистичког распоређивања возила приликом прве примене SA алгоритма, наизменична примена SA алгоритма и симулационог модела представља оквир за динамичко и стохастичко распоређивање возила, који је примењен на процес сакупљања шећерне репе, након чега су дати резултати тестирања овог приступа.

Пето поглавље обрађује балансирано распоређивање ресурса у транспорту. На почетку је указано на значај принципа правичности у распоређивању ресурса, наведене су најчешће мере неједнакости, а дати су и бројни примери балансирања у VRP проблемима.

У другом делу петог поглавља, посматран је процес сакупљања шећерне репе, али уз поштовање принципа правичности у третирању пољопривредника током планског периода. За решавање проблема распоређивања возила за сакупљање шећерне репе, уз правично третирање пољопривредника, примењене су модификоване верзије и оптимизационог и хеуристичког модела развијених у четвртом поглављу, прилагођених специфичностима нових захтева. Потом су приказани резултати тестирања формулисаног модела и метахеуристичког приступа за различите вредности параметра балансирања.

Трећи део петог поглавља посвећен је оптимизацији величине возног парка уважавајући принцип правичности. Уз одређивање што мањег броја возила потребних за сакупљање, уведен је и услов да радно оптерећење возила буде уравнотежено постављањем разумних граница. Сама минимизација броја возила моделована је познатим моделом једнодимензионог паковања, док је принцип правичности моделован додатним ограничењима. Такође, представљен је и двофазни алгоритам за решавање проблема, који је заснован на VNS методи, као и резултати тестирања на примерима сакупљања шећерне репе, премда је, у суштини, сам проблем општег карактера.

Шесто поглавље садржи закључна разматрања и правце даљег истраживања.

2. РАСПОРЕЂИВАЊЕ РЕСУРСА У САОБРАЋАЈУ И ТРАНСПОРТУ

Распоређивање ресурса је процес одлучивања који се бави оптималним додељивањем ограничених ресурса током датог временског периода на скуп активности или задатака. Иако је теорија распоређивања ресурса изворно развијана за решавање проблема везаних за производне системе, данас је она много је шира и обухвата и непроизводне процесе, услужне делатности, а тако и транспортне и логистичке процесе [4].

Уопштено, процес одлучивања подразумева планирање које се, поред многих дефиниција, у литератури у класичном смислу дефинише као скуп активности који има за циљ анализу будућих процеса или као откривање и сагледавање потреба система у коме се ти процеси одвијају [5].

У односу на временски период на који се односи, планирање се дели на стратешко, тактичко и оперативно. Стратешко планирање је дугорочно и обично се односи на период дужи од једне године, а тиче се општих циљева система или процеса којим се управља. У логистици, стратешке одлуке односе се на одређивање мреже логистичких центара, дистрибутивних складишта, терминала, видова транспорта који ће се користити за транспорт робе или потребног нивоа залиха и могу да се односе на развој логистичког система како неке области, тако и неке компаније. Циљеви утврђени на стратешком нивоу детаљније се постављају на тактичком нивоу. Ту се детаљно сагледавају сви технолошки захтеви нпр. логистичких система који су планом замишљени, као и средства којима ће се ти захтеви реализовати. Планирање активности на оперативном нивоу (или оперативно планирање) врши се у фази експлоатације система, а односи се, најчешће, на период од једног дана до једне недеље. Оперативно планирање се у логистичким системима односи на одређивање оптималних стратегија реализације логистичких задатака. Ту спадају распоређивање радне снаге и средстава на задатке, оптимизација редоследа реализације захтева, оптимизација кретања транспортних и претоварних средстава, оптимизација употребе различитих ресурса итд.

Први рад у којем се помиње проблем распоређивања у вези са задацима и операцијама јесте рад Gantt-a (1916) [6]. Теоријски је област распоређивања заснована средином педесетих година прошлог века и до данас, распоређивање ресурса је постало једно од најширих области операционих истраживања, због великог броја различитих типова проблема које садржи.

Као што је речено, теорија распоређивања ресурса изворно је развијана за решавање проблема везаних за производне системе, па су и одговарајући проблеми представљени као проблеми распоређивања машина (Machine Scheduling Problems), али се под машином могу сматрати најразличитији ресурси (нпр. разна транспортна средства, људство и сл.), као што су и послови тј. задаци најразличитији могући.

Уопштено, проблем распоређивања дефинише се на следећи начин [7].

За дати скуп од m машина $\{P_1, P_2, \dots, P_m\}$ и скуп од n задатака (послова) $\{T_1, T_2, \dots, T_n\}$ проблем распоређивања подразумева додељивање машина задацима тако да се изврше сви послови под задатим ограничењима уз минимизацију укупног времена рада.

Два су основна ограничења у класичном задатку распоређивања. Прво, сваки задатак се у било ком тренутку извршава само на једној машини, и друго, машине су оспособљене да извршавају било који задатак, али тако да свака машина у одређеном тренутку извршава само један посао. Започети посао машина не прекида.

Класификација проблема распоређивања врши се кроз три категорије [8].

Прва категорија односи се на радно окружење. Тако, постоје проблеми распоређивања на једној машини (Single-machine Problems), или на више машина (Multi-machine Problems). У другом случају, машине могу бити или паралелне (parallel), тј. оне које обављају исте функције, или наменске (dedicated), тј. специјализоване за извршавање одређених задатака. Разликују се три врсте паралелних машина зависно од њихове брзине. Ако све машине из скупа имају једнаке брзине обраде задатака, онда се називају идентичним (identical). Ако се машине разликују у брзини, али је брзина машине константна и не зависи од задатка који обавља, називају се униформним (uniform). Коначно, ако брзина машине зависи од одређеног задатка који се обрађује, онда се оне називају несродне (unrelated).

Код послова са више операција, где две суседне операције треба да се обављају на различитим машинама, постоји више могућности за дефинисање проблема распоређивања на наменским (dedicated) машинама. Ако је редослед операција исти за све послове, ради се о flow shop проблему (Flow Shop Scheduling Problem - проточна производња), а ако је дозвољен различит, али задат, редослед операција међу пословима, ради се о job shop проблему (Job Shop Scheduling Problem). Када редослед није задат, ради се о open shop проблему (Open Shop Scheduling Problem).

Друга категорија се односи на карактеристике посла, које се могу исказати на следећи начин:

- Посао некада може да се прекине и настави касније, а некада не.
- У редоследу извршавања послова могу да постоје приоритети. То значи да на скупу послова постоји релација поретка и да је међу паровима задатака

дефинисано који задатак коме претходи. Ако, на пример задатак T_1 претходи задатку T_2 , онда се задатак T_1 мора извршити пре почетка задатка T_2 .

- Ако је задато време када се посао појављује, његова реализација не сме почети пре тог времена.
- Могу бити задате неке посебности у вези са трајењем посла.

Трећа категорија односи се на мере перформанси, које се деле у две групе: на оне које се односе на време извршавања посла и на оне везане за трошкове извршавања.

Обично се минимизира време потребно за завршетак последње активности у распореду (schedule length или makespan, што је minmax критеријум) или укупно време потребно за завршетак свих активности у распореду (minsum критеријум). Ако се кашњење посла дефинише као разлика између тренутка завршетка и задатог рока за завршетак, може се минимизирати укупно кашњење, али и највеће кашњење послова.

Модели код којих су параметри система познати унапред јесу детерминистички, док су процеси код којих је макар један од параметара система случајног карактера стохастички. Важне примене стохастичких модела распоређивања настају у производним системима, рачунарским системима, системима комуникација, логистике и транспорта [9].

У већини проблема распоређивања разматра се само један критеријум. Међутим, у фази краткорочног (оперативног) планирања, у реалности се може наметнути више од једног циља, као што су кашњења која су прихватљива кориснику, трошкови извршавања посла, трошкови производње који се односе на време потребно за покретање машина или на периоде празног хода машина. То значи да су проблеми распоређивања често и вишекритеријумски, па се њиховим решавањем обезбеђује приступ ближи реалности [10].

Поред вишеструких, често супротстављених циљева, у моделима распоређивања могу се наћи и „мека“ ограничења. Смисао ових ограничења није да се обавезно задовоље, већ да се задовоље у што је већој мери могуће. Такви проблеми се формулишу на начин да се оптимизује свеукупни ниво задовољења датих преференци [11].

Такође, у неким областима, циљ планирања може да буде везан за очекивани резултат процеса, а не за његову ефикасност, па се тако дефинишу модели у којима је циљ оптимизација квалитета (или корисности) задатака који се могу извршити у познатим временским ограничењима [12].

Распоређивање ресурса подразумева да је скуп активности које захтевају ресурсе унапред одређен. Међутим, постоје и приступи који обједињавају планирање активности (проблем одређивања активности које треба обављати) и распоређивање (проблем додељивања ресурса током времена овим активностима). Различите могућности планирања праћене су различитим потребама за ресурсима, па корисност различитих избора планирања у основи зависи од тренутне доступност ресурса [13].

Проблеми распоређивања уопште, па тако и проблеми распоређивања у транспорту и логистици, описују се различитим моделима чији развој траје већ читав један век, тако да је број различитих приступа енормно велик, стално пратећи свеопшти развој науке и нових метода. Као и проблеми распоређивања уопште, и проблеми распоређивања транспортних ресурса су, по правилу, веома сложени задаци оптимизације, поготово они у којима је присутна потреба за истовременим распоређивањем више ресурса на више задатака.

Најчешћи оптимизациони проблеми распоређивања ресурса у транспорту и логистици јесу свакако они у домену планирања и управљања флотом возила. У ову класу оптимизационих задатака спадају пре свега, проблеми одређивања рута возила (Vehicle Routing Problems - VRPs) и проблеми распоређивања возила на задатке (Vehicle Scheduling Problems - VSPs).

Проблем одређивања рута возила (VRP) је веома проучаван проблем комбинаторне оптимизације који се јавља у различитим транспортним и логистичким системима кад год је потребно да се роба дистрибуира између депоа и крајњих корисника (купаца) у одређеном временском периоду возним парком који се налази у једном или више депоа [14].

Проблем рутирања возила уведен је у [15], а дефинише се на мрежи на којој чворови представљају скуп корисника са одређеном тражњом, док тежине на гранама представљају трошак њихове употребе. Клијенти се опслужују одређеним бројем возила. За свако од возила потребно је одредити руту тако да свака рута почиње и завршава се у депоу, да се сваки корисник посећује само једном, да тражња у чвору није већа од носивости возила, као и да се постигну минимални трошкови.

У литератури се може наћи велики број варијанти VRP-а, које се разликују у оперативним ограничењима рута. На пример, може постојати реалан захтев да возила обављају више од једног путовања. Типични примери када возило обавља више путовања током свог радног времена, познато под називом Multi-trip Vehicle Routing Problem (MTVRP), односе се на испоруку контејнера или сакупљање различитих пољопривредних производа. Рад [16] сматра се првим у овој области, док су у раду [17] представљена најновија истраживања о овом проблему. VRP са временским прозорима (VRP with Time Windows - VRPTW) је проширење VRP-а у којем услуга сваког корисника мора почети у придруженом временском року. Друго проширење, VRP са прикупљањем и доставом (VRP with Pickup and Delivery - VRPPD), подразумева да постоји скуп места за преузимање, скуп одговарајућих места испоруке, као и одређена количина робе која треба да се превезе возним парком између ових локација. VRPPD су од велике практичне важности, посебно у повратној логистици, а примери се могу наћи у [18], [19].

Проблем са захтевом да свако возило може извршити више путовања и где услуга сваког корисника мора започети у придруженом временском прозору је проблем рутирања возила са више обилазака са временским прозорима (Multi-trip Vehicle Routing Problem with Time Windows - MTVRPTW). MTVRPTW се разматра у [20], као и у раду [21]. Кориснике карактерише количина робе која се може испоручити или преузети.

Стварне примене навеле су истраживаче да размотре варијанту VRP-а са временским прозорима када возила могу обављати више од једне руте у радној

смени, а потребно је минимизирати укупан број вишеструких путовања (низ рута које одговарају радној смени возила). Ради се о VRP-у са вишеструким путовањима (Minimum Multiple Trip VRP - MMTVRP) код којег се минимизира укупан број вишеструких путовања, а самим тим минимизира се и величина потребне флоте [22].

Стварни проблеми су, такође, наметнули неке важне претпоставке, нпр. случајност, али и динамичност [23] у проучавању проблема рутирања возила, па се тако могу наћи динамички и стохастички VRP проблеми (Dynamic And Stochastic Vehicle Routing Problems - DSVRP).

Као посебан случај VRP проблема, проблем трговачког путника (Traveling Salesman Problem - TSP) уско је повезан са распоређивањем. У TSP-у трговачки путник треба да обиђе све градове, обилазећи сваки од њих тачно једном, и да се врати у место из којег је кренуо идући најкраћим могућим путем [24]. У општем случају, job shop системи могу да се посматрају као мрежа која се састоји од чворова (група машина) између којих постоји неки облик саобраћаја. Саобраћај или ток између чворова састоји се од послова који захтевају неко време обраде у чворовима. Проблем минимизирања суме времена подешавања одговара проблему трговачког путника, тако што градови представљају послове, а растојања између градова одговарају времену потребном за прелазак са једног посла на други [25].

Значајни проблеми уско повезани са VRP-ом су проблеми распоређивања возила (Vehicle Scheduling Problems - VSPs), који настају у системима јавног превоза, транспорта разних врста робе, на пример пољопривредних производа итд. Проблем VSP се бави распоређивањем скупа возила која, полазећи из једног или више депоа, треба да пруже одређену услугу на скупу локација. Сваком возилу додељује се најмање један обилазак, тако да сваку локацију посети тачно једно возило. Циљ је да се неки критеријум, као што су укупна пређена удаљеност или укупно време потребно за опслуживање свих локација, оптимизује уз истовремено поштовање свих ограничења и успуњавање захтева корисника. Један од првих радова на тему распоређивања возила је и рад [26], у којем је минимизиран број потребних танкера којима би се обавио превоз горива по унапред задатом распореду, претходно формулисан као модел линеарног програмирања. Прегледни радови о VSP-у могу се наћи у [27], [28], [29].

Проблеми распоређивања возила најчешће се јављају у планирању система јавног саобраћаја. Планирање јавног саобраћаја почиње још на стратегијском нивоу сакушљањем или прогнозирањем података о тражњи за превозом. На основу матрице тражње дефинише се инфраструктура мреже јавног саобраћаја у виду рута и путничких станица на различитим линијама. На следећем нивоу планирања за дате линије одређују се посебна путовања. Ред вожње садржи полазак и долазак, као и почетну и крајњу станицу за свако путовање. И на крају, оперативни ниво подразумева ефикасно коришћење ресурса. Поред планирања јавног саобраћаја, проблеми распоређивања возила се јављају приликом транспорта разних врста роба и производа.

Постоје различите варијанте проблема распоређивања возила, као што су постојање више од једног депоа, хетерогена флота возила, променљиво време почетка путовања (постојање временских прозора) или ограничења рута у виду

прописивања најдужега трајања због одржавања возила или ограничене количине горива. У проблеме распоређивања спада и распоређивање особља у јавном саобраћају са различитим врстама смена. Као посебни проблеми распоређивања су и проблеми распоређивања ваздухоплова и посаде на летове.

Комбиновани проблеми рутирања и распоређивања возила у пракси нису ретки. Ти проблеми се јављају, на пример, приликом рутирања и распоређивања школских аутобуса. У том проблему је за скуп школа, скуп стајалишта, фиксно време почетка и завршетка наставе, као и временске прозоре за довожење и одвожење ћака, потребно минимизирати број употребљених аутобуса или транспортне трошкове тако да се сви ћаци превезу у оквиру одређених временских прозора.

Такође, обједињено рутирање и распоређивање може се срести и у проблему „назови возњу“ (dial-a-ride). Тада корисници унапред траже услугу, одређујући место где возња започиње, место где се возња завршава, као и жељено време за те операције. За флоту возила фиксне величине потребно је конструисати скуп рута и распореда возила тако да се минимизира укупно чекање на услугу (незадовољство корисника услугом).

И у флексибилним производним системима могу се наћи обједињени проблем распоређивања и проблем рутирања. У тим системима постоји скуп од n послова који се односе на производњу неких делова са задатим временима обраде сировина које треба обавити на скупу од m паралелних идентичних машина. Машине су идентичне, али због различитих локација на којима се налазе, време доставе сировина је различито и одређено за сваку машину. Такође, постоји скуп од k ($k < m$) аутоматски вођених возила за које треба пронаћи најкраће руте приликом одвожења сировина из складишта до машина. Доставом једне јединице сировине, возило преузима обрађену јединицу од неке од машина, превози на инспекцију, а затим иде у складиште. Потребно је распоредити машине и возила тако да се сав посао заврши за што краће време [7].

Уз VRP и VSP, два типична проблема из домена транспорта, као важни алати за подршку одлучивању у планирању и управљању флотом возила често су у примени проблеми паковања (Bin Packing Problems - BPP) и проблеми додељивања (Assignment Problems).

Проблем паковања у распоређивању настаје када се, уместо задавања фиксног броја машина које што пре треба да заврше послове, постави питање колико најмање машина је потребно да се сви послови заврше до неког задатог рока [30]. Треба нагласити да у овој дефиницији не важи релација поретка на скупу задатака.

У стандардној формулацији BPP проблема постоји скуп објеката $\{I_1, I_2, \dots, I_n\}$, где објекат I_k има тежину w_k . Циљ је спаковати објекте у најмањи број идентичних контејнера, тако да сваки од њих садржи објекте чија укупна тежина не прелази неку вредност W (капацитет контејнера) [31]. У аналогiji са распоређивањем, контејнери су машине, а потребно је спаковати (распоредити) задатке (објекте) на што мање машина тако да машина не сме да добије скуп задатака за чије је укупно извршавање потребно више времена од неког задатог рока за извршавање свих задатака.

У проблемима додељивања ресурса потребно је n средстава (ресурса) доделити скупу од n задатака (активности) оптимизујући неку величину, тако да се једном средством може доделити само један задатак [32].

Постоји бројна литература на тему распоређивања ресурса. У [4] може се наћи преглед модела распоређивања у производним и услужним делатностима, а међу бројним применама, постоје и оне које се односе на транспорт и логистику. Тако се може наћи проблем распоређивања одређеног броја цистерни за нафту на задатке превоза више врста нафте из одређеног броја лука до корисника. Представљен је и проблем рутирања и распоређивања ваздухоплова у циљу стварања периодичног дневног реда летења за хетерогену флоту ваздухоплова, као и проблем одређивања реда вожње у железничком саобраћају. Такође, представљени су и проблеми расподеле радне снаге и распоређивања особља на смене који су веома важни у услужним делатностима, нпр. превозно особље (авионске посаде, возачи аутобуса), телефонски оператери итд.

Узевши у обзир претходно разматрање, ова теза бави се једним проблемом распоређивања транспортних ресурса на задатке приликом сакупљања пољопривредних производа и то на оперативном нивоу планирања. Конкретније, како је већ истакнуто, у тези је решаван проблем оптималног распоређивања возила за сакупљање робе чији квалитет временом опада. Процес који се разматра је сакупљање производа у којем свако возило у одређеном периоду више пута обилази места за привремено одлагање таквих производа, сакупља их и доставља у погон за прераду у којима се возила празне и, након што се истовари, спремно је за следећи обилазак. На тај начин заправо се посматра проблем распоређивања пуних возила са вишеструким обиласцима приликом сакупљања производа чији квалитет опада током времена (Multiple Trip Vehicle Scheduling Problem With Full Truckload Collection Of Deteriorating Goods - MTVSPFCD). При томе, проблем распоређивања разматран у овом раду проширен је моделирањем концепта правичности у погледу третмана произвођача, као и моделирања балансираног коришћења ресурса.

На почетку овог поглавља било је речи о процесу планирања и нивоима одлучивања у односу на плански период на који се односи. Будући да се процес планирања и одлучивања не може свести само на интуицију и искуство појединца, доносилац одлуке мора поседовати и неки алат као помоћ у одлучивању. Систем за помоћ у доношењу одлука (Decision Support System) је информациони систем који подржава одлучивање али, као што је наведено у раду [33], не може да замени доносиоца одлуке, нити да донесе одлуке уместо њега. Тај систем обезбеђује потребне информације приликом доношења квалитетних одлука, чак и више повећавајући ефикасност (учинковитост), него ефикасност доносиоца одлуке. Развијени модели у овој тези могу да буду основа за стварање система за подршку одлучивању на оперативном нивоу у процесима распоређивања ресурса на задатке сакупљања производа чији квалитет временом опада.

3. ОПИС ПРИМЕЊЕНИХ МЕТОДА

3.1 Проблеми оптимизације

У сваком проблему у којем се мора донети нека одлука, од транспорта и логистике, преко пољопривреде, до индустрије, присутна је оптимизација. Логично је да избор између различитих алтернатива, чија се вредност мери функцијом циља, ствара могућност доношења најбоље одлуке. Управо се тиме бави оптимизација. Због присутности у свим сферама живота али и развоја рачунарске технологије, развијају се различити приступи решавању оптимизационих проблема.

Може се рећи да оптимизација представља поступак проналажења најбољег решења у скупу свих допустивих решења неког проблема. У општем случају, проблем оптимизације може се формулисати на следећи начин [34]:

$$\min\{f(x)|x \in X, X \subseteq S\} \quad (1)$$

где је S простор решења, X је скуп допустивих решења, x је допустиво решење док је f (реална) функција циља.

Sarker и Newton [35], као и Talbi [36] наводе различите класификације оптимизационих модела. У зависности од тога да ли променљиве у моделу узимају вредности из неког дискретног скупа, нпр. скупа целих бројева, или узимају било коју реалну вредност, оптимизација може бити комбинаторна (дискретна) или непрекидна. Када су променљиве у моделу подељене у два дисјунктна скупа, од којих један скуп садржи променљиве које узимају реалне вредности из неког скупа бројева, док променљиве из другог скупа постижу само дискретне вредности неког скупа бројева, ради се о мешовитом оптимизационом проблему. Разлика међу оптимизационим проблемима може да се заснива и на томе да ли се захтева да променљиве задовољавају одређене услове или не. Тада се говори о условној и безусловној оптимизацији. Оптимизација се може класификовати и по броју функција циља у оптимизационим проблемима и према њој постоје проблеми са једном али и са више оптимизационих функција.

Пошто важи

$$\max_{x \in X} f(x) = -\min_{x \in X} (-f(x)) \quad (2)$$

проблеми код којих се максимизира функција циља своде се на проблеме минимизације.

Многи оптимизациони проблеми спадају у класу NP-тешких. Уколико за решавање неког проблема оптимизације постоји алгоритам полиномијалне сложености, каже се да тај проблем припада P-класи, тј. и сам проблем је полиномијалне сложености. Ако се за оптимизациони проблем тачност било ког понуђеног решења може проверити у полиномијалном времену, сматра се да проблем припада класи NP. NP-тежак је онај проблем на који сваки проблем из класе NP може да се сведе у полиномијалном времену. NP-комплетан је онај NP проблем који је NP-тежак. Са повећањем димензије проблема, време решавања NP и NP-тешких проблема расте експоненцијално. Због тога је ове проблеме тешко или немогуће решити на егзактан начин, па се за решавање користе хеуристичке и метахеуристичке методе којима се постижу задовољавајућа приближна решења [35].

У литератури се за решавање проблема оптимизације могу наћи егзактне и приближне методе [36]. Егзактне методе решавања гарантују оптималност добијеног решења, што је добра особина тих метода, али је њихова применљивост сведена на случајеве када је могуће добити решење у разумном времену рада рачунара, односно у случају NP-тешких проблема малих димензија или проблема полиномијалне сложености. Методе које се користе за добијање оптималних решења зависе од карактеристика проблема који се решава. Неке од њих су Симплекс метод, Метода гранања и ограничавања (Branch and Bound), Метода гранања и одсецања (Branch and Cut), Метода гранања и оцењивања (Branch and Price).

Међутим, већина оптимизационих проблема у реалним системима не могу бити оптимално решена у разумном времену, па су за њихово решавање, посебно за проблеме великих димензија, неопходне апроксимативне методе, које иако за релативно кратко време могу да нађу довољно добро решење, не гарантују њихову оптималност. Апроксимативне методе обухватају хеуристичке алгоритме (heuristic algorithms) и апроксимативне алгоритме (approximation algorithms).

Хеуристички алгоритми развијају се за конкретан проблем, на основу карактеристика самог проблема и обично их није могуће уопштити и применити на сличне проблеме. У савременој литератури оне се обично користе заједно са егзактним методама или метахеуристичким алгоритмима.

Постоје хеуристике које не зависе од проблема већ се могу прилагодити да одговарају посебним захтевима различитих задатака. То су метахеуристички алгоритми који, као што је речено, за разлику од егзактних алгоритама, не гарантују оптималност решења. Такође, за разлику од апроксимативних алгоритама, не пружају информацију колико је гарантовано пронађено решење далеко од оптималног решења. И поред ових особина, метахеуристике данас имају веома широку примену у решавању различитих оптимизационих проблема у науци и пракси.

Како је наведено у [37], израз „метахеуристика“ који је увео Glover [38], користи се за најскорије и најкомплексније алгоритме, док су изразом „хеуристика“

назване класичне методе. У литератури се, поред назива „метахеуристика“, за те алгоритме могу наћи и изрази „општа хеуристика“ [39] или „модерна хеуристичка техника“ (modern heuristic technique) [40]. У оба случаја, то се односи на универзалне методе у виду неког оквира или скупа правила која се могу обликовати онда када се конкретан проблем решава.

Такође, примена метахеуристичких алгоритама на решавање проблема у некој литератури зове се метахеуристичка оптимизација [41], а у некој само хеуристичка оптимизација [42]. У овој тези је примена технике симулираног каљења (Simulated Annealing - SA) означена као хеуристичка оптимизација како би се решење добијено том методом разликовало од стварно оптималног решења које се постиже применом неког егзактног решавача, као на пример, CPLEX.

У литератури се могу наћи бројне метахеуристичке методе, а међу најпознатије спадају симулирано каљење (Simulated Annealing - SA) [43], табу претраживање (Tabu Search - TS) [38], метода променљивих околина (Variable Neighborhood Search - VNS) [44], генетски алгоритми (Genetic Algorithm - GA) [45], оптимизација колонијом мрава (Ant Colony Optimization - ACO) [46], оптимизација колонијом пчела (Bee Colony Optimization - BCO) [47], оптимизација ројевима честица (Particle Swarm Optimization - PSO) [48].

Метахеуристички алгоритми могу да се класификују на више начина [36], [37]. Рецимо, подела се може направити на основу тога да ли су алгоритми инспирисани природом или нису. Они који су инспирисани природом као модел узимају неки природни процес и прилагођавају га решавању проблема. Алгоритми инспирисани природом су генетски алгоритми као пример еволуционих алгоритама, затим, алгоритми инспирисани интелигенцијом роја честица (ACO, BCO, PSO и др.), и симулирано каљење као пример алгоритма заснованог на металуршком процесу каљења. Такође, постоје метахеуристике које раде са једним решењем (SA, TS, VNS и др.) или са популацијом решења (нпр. PSO, GA, ACO, BCO). Метахеуристике засноване на једном решењу у сваком тренутку користе само једно решење које мењају и поправљају. Метахеуристике засноване на популацији решења манипулишу скупом решења која се мењају током претраге.

Метахеуристике могу бити детерминистичке, код којих се при трагању за решењем доносе само детерминистичке одлуке (TS) и стохастичке, код којих постоје неки кораци који укључују случајност (нпр. SA, GA). И још једна од подела је на итеративне и похлепне (greedy) алгоритме. Код првих се полази од комплетног решења или популације решења, које се касније трансформишу у нека нова, док се код похлепних полази од празног решења да би се у сваком наредном кораку постизала вредност неке променљиве решења док се не постигне читаво решење. Већина метахеуристика су итеративни алгоритми.

У примени метахеуристичких метода све чешће се врши хибридизација, тј. комбиновање или две метахеуристике или метахеуристичког алгоритма са другим оптимизационим методама. Сврха хибридизације је трагање за методама које дају боља решења од оних која се постижу применом само једне методе.

Треба још поменути да се приликом развоја неког метахеуристичког алгоритма јављају два супротстављена критеријума које треба помирити. То су диверзификација (истраживање простора за претрагу) и интензификација

(експлоатација најбољих пронађених решења). Разликују се обећавајући региони и они се у интензификацији детаљније претражују са циљем откривања бољих решења. У диверзификацији је циљ да се истраже неистражени региони како би бар већина њих била покривена претрагом.

У наредна два потпоглавља биће детаљније објашњени метахеуристички алгоритми који су примењени на решавање проблема у овој тези.

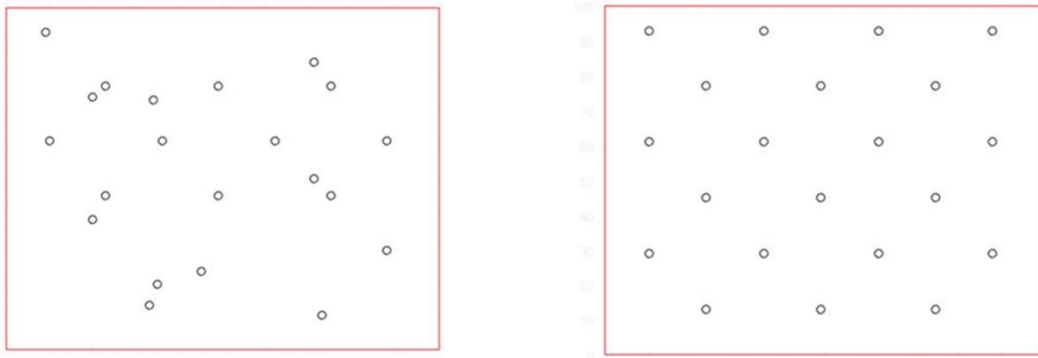
3.2 Симулирано каљење

Симулирано каљење је једна од најпознатијих метахеуристичких метода која се широко примењује на различите врсте реалних проблема. Заснива се на аналогiji са физичким процесом каљења материјала, током којег се претходно растопљени материјал доводи у стање са ниском енергијом.

Идеја каљења материјала може се представити кроз два принципа: изложити материјал веома високој температури до топљења и снижавати температуру материјала док се не достигне структура са минималном енергијом.

Независно је у радовима [43] и [49] показано да се ови принципи могу применити на решавање проблема комбинаторне оптимизације.

Стварни процес каљења показао је да се најнижа енергија постиже онда када је почетна температура довољно висока, а време каљења (хлађења) је довољно дуго. Најнижу енергију материјал има када постигне кристализовану структуру без девијација (Слика 1).



Слика 1 Растопљени материјал (лево) и кристализовано чврсто стање (десно)

У литератури су у то време већ постојали алгоритми којима је симулиран физички процес каљења, тј. промене структуре материјала током снижавања његове температуре. Први такав алгоритам, представљен у раду [50], заснива се на Монте-Карло методи која подразумева генерисање низа стања материјала на следећи начин. Материјал из стања i , енергије E_i , прелази у стање j , енергије E_j , тако што се промени позиција једне честице. Позитивна разлика ових енергија, $E_i - E_j$ указује на то да у стању j материјал има нижу енергију, па се оно усваја као ново. Иако негативна разлика није пожељна, стање које је узрокује не одбацује се унапред, већ се уводи услов прихватања, тачније, вероватноћа прихватања. Та вероватноћа износи [51]:

$$P = e^{\frac{E_i - E_j}{k_b T}} \quad (3)$$

где је T температура материјала, k_b је Болцманова (енгл. Boltzmann) константа.

Овај услов прихватања назива се Метрополисов (енгл. Metropolis) критеријум [50]. Ако је снижавање температуре довољно споро, материјал постиже стање термалне равнотеже на свакој датој температури T генеришући велики број прелаза на једној истој температури. Термална равнотежа карактерише се Болцмановом расподелом вероватноћа, и ако се са X означи случајна променљива која означава стања материјала, онда ова расподела даје вероватноће да је материјал у стању i са енергијом E_i на температури T [51]:

$$P(X = i) = \frac{1}{Z(T)} e^{-\frac{E_i}{k_b T}} \quad (4)$$

где је $Z(T)$ коефицијент нормализације и износи

$$Z(T) = \sum_{j \in S} e^{-\frac{E_j}{k_b T}} \quad (5)$$

Већ је наведено да је уочена аналогија између решавања неког проблема комбинаторне оптимизације и процеса каљења материјала. То тачно значи да постоји сличност између простора допустивих решења и скупа могућих стања материјала, као и да функција циља коју треба минимизирати представља енергију материјала.

У домену решавања оптимизационог проблема, по узору на температуру, уводи се контролни параметар, а да би се прелазило са решења на решење, треба увести околину решења, као што треба и осмислити механизам којим ће се то радити. За два решења i и j , вероватноћа да се прихвати решење j које ће заменити тренутно решење i , износи:

$$P = \begin{cases} 1 & \text{ако је } f(j) < f(i) \\ e^{\frac{f(i) - f(j)}{c}} & \text{у супротном} \end{cases} \quad (6)$$

где је c контролни параметар, док је f функција која се минимизира.

Принцип генерисања решења из околине тренутног решења одговара механизму пертурбације у Метрополисовом алгоритму, а принцип прихватања решења одговара Метрополисовом критеријуму. Заједно, то чини транзицију, тј. замену тренутног решења суседним.

Ако се са k означи текућа итерација и у итерацији k , са c_k и L_k контролни параметар и број транзиција, онда, алгоритам симулираног каљења може да се представи следећим псеудокодом:

Иницијализација: $i = i_0, k = 0, c_k = c_0, L_k = L_0$

Понављај

За $l = 0$ до L_k

Генериши ново решење j из околине S_i тренутног решења i

Ако $f(j) < f(i)$ **онда** $i = j$

иначе j постаје текуће решење са вероватноћом $e^{-\frac{f(i)-f(j)}{c_k}}$

$k = k + 1$

Израчунај c_k, L_k

Док није испуњен услов $c_k \cong 0$

Већ је речено да се овим алгоритмом прихватају и лошија решења. На високим температурама вероватноћа прихватања је веома висока и тада се прихвата велики број решења, што значи и веће погоршање функције циља, али се зато темељно истражује простор решења. Како температура опада, све више се избор своди на решења која или побољшавају функцију циља, или погоршавају њену вредност али веома мало. Када се температура приближи нули, прихватају се само боља решења.

Приликом развоја алгоритма бира се и шема хлађења, а најчешће се задаје геометријска шема која гласи $c_{k+1} = \alpha c_k, \alpha \in (0,1)$.

Теоретска основа SA алгоритма, као што су статистичка равнотежа и асимптотска конвергенција, може се наћи у раду [51].

Техника симулираног каљења успешно је примењена на различите проблеме, као што су проблем паковања [52], синхронизација саобраћаја у јавном превозу [53], локацијски проблеми [54], [55]), партиција графа [56] итд. Kuik и Salomon [57] вршили су временско распоређивање операција у процесу производње SA методом. Wright [58] је применио SA технику на временско распоређивање локомотива. Yuchi и сар. [59] предложили су хибридни хеуристички алгоритам заснован на табу претраживању и симулираном каљењу за решавање локацијског проблема – залиха – рутирања у затвореном ланцу снабдевања. Alvarez и сар. [60], бавили су се проблемом рутирања са залихама узимајући у обзир две функције циља, од којих је једна минимизирање суме трошкова залиха и путовања, док је друга минимизација логистичког односа (укупни трошкови путовања подељени с укупном количином испорученом купцима). Wei и сар. [61], бавили су се проблемом рутирања возила ограниченог капацитета с дводимензионалним ограничењима утовара возила. Предложен је алгоритам симулираног каљења којим су решене четири верзије овог проблема. Верзије се разликују у ограничењима и ротацији робе. Ferreira и Queiroz [62] развили су две хеуристике засноване на методи симулираног каљења за решавање капацитативне верзије проблема симултаног лоцирања и рутирања. Rabbouch и сар. [63] развили су алгоритам симулираног каљења заснован на емпирији за решавање VRP са ограничењем капацитета возила.

3.3 Метода променљивих околина

Метода променљивих околина (Variable Neighborhood Search – VNS) је метахеуристика коју су увели Mladenović и Hansen [44] предлажући увођење промене околине за време претраге простора решења. Та идеја показала се као

успешна у решавању проблема трговачког путника (Traveling Salesman Problem - TSP) и проблема трговачког путника са повратном возњом (Traveling Salesman Problem With Backhauls - TSPB).

Метода променљивих околина базирана је на узастопном, систематском претраживању скупа унапред изабраних околина одређеног решења. Тиме се добија више различитих локалних оптимума из којих се излази променом околине. VNS метахеуристика заснована је на три једноставне чињенице:

1. Локални минимум у односу на једну околинину не мора бити и локални минимум у односу на неку другу околинину.
2. Глобални минимум је локални минимум у односу на све околине.
3. За већину проблема локални минимум у односу на разне околине су међусобно блиски.

Систематска претрага околина траје до испуњења неког критеријума заустављања, као што је максимални број итерација, максимално време рада и сл. Претрагу околина могуће је вршити на три начина: детерминистички, стохастички и комбиновано. На основу тога предложене су три најраније верзије методе променљивих околина: метода променљивог спуста (Variable Neighborhood Descend - VND), редукована метода променљивих околина (Reduced Variable Neighborhood Search - RVNS), и (основна) метода променљивих околина ((Basic) Variable Neighborhood Search - VNS). У литератури се могу наћи и друге варијанте методе променљивих околина [64], као што су: општа метода променљивих околина (General VNS - GVNS), адаптивна метода променљивих околина (Skewed VNS - SVNS), паралелна метода променљивих околина (Parallel VNS - PVNS) и др.

У овој тези биће објашњене прве три наведене варијанте VNS методе.

Метода променљивог спуста (VND) детерминистички примењује претходно наведене чињенице. Заснована је на томе да једно решење не мора бити локални минимум за две различите околине. То подразумева одређивање локалног оптимума у односу на k_{max} изабраних околина које се детерминистички мењају, сагласно усвојеном правилу. Псеудокод извршавања VND методе може се представити на следећи начин:

Иницијализација.

Изабрати скуп околина $N_k, k=1, \dots, k_{max}$,

наћи почетно решење x ,

$x^* := x, F_1^* := F_1(x^*)$.

Понављај

(1) $k:=1$

(2) Понављај

(a) *Претрага околине.* Применити процедуру локалног претраживања почевши од решења x у околини N_k ; нека је x' постигнути локални минимум у односу на околинину N_k .

(b) *Померање претраге.* **Ако** $F_1(x') < F_1(x^*)$

онда $x^* := x', F_1^* := F_1(x'), k:=1$

иначе $k:=k+1$

док је $k \leq k_{max}$

док све околине нису испитане.

Алгоритам почиње постављањем почетног решења x као најбољег, а затим наставља претраживањем околине N_1 и одређивањем њеног локалног минимума. Уколико је то решење боље од тренутно најбољег, оно постаје ново најбоље решење, а претрага се врши у односу на околину N_1 тог решења. Уколико нема побољшања, прелази се на наредну неиспитану околину N_2 оптималног решења. Ако се и у овој околини не нађе решење боље од тренутно најбољег, претрага се усмерава на наредну околину N_3 . У супротном, боље решење се усваја као нови оптимум, а претрага враћа на околину N_1 . Када се текуће најбоље решење више не може поправити ни у једној од изабраних околина, алгоритам се завршава. Добијено решење је локални оптимум у односу на све изабране околине.

Редукована метода променљивих околина (RVNS) одликује се систематском променом околина из којих се на случајан начин бира по једно решење. RVNS метода је веома једноставна јер не садржи локално претраживање, што је веома корисно код проблема великих димензија због избегавања сложеног и дугортајног извршавања у оквиру једне итерације. Некада се RVNS користи за добијање почетног решења, као улаз у примену неке друге методе са систематичном претрагом околине. Псеудокод ове методе може се описати на следећи начин:

Иницијализација.

Изабрати скуп околина $N_k, k=1, \dots, k_{max}$,

наћи почетно решење x ,

$x^* := x, F_1^* := F_1(x^*)$,

изабрати критеријуме заустављања.

Понављај

(1) $k:=1$

(2) **Понављај**

(а) *Размрдавање*. Генерисати тачку x' на случајан начин из k -те околине $x, N_k(x)$

(б) *Померање претраге*. **Ако** $F_1(x') < F_1(x^*)$

онда $x^* := x', F_1^* := F_1(x'), k:=1$

иначе $k:=k+1$

док је $k \leq k_{max}$

док се не задовољи задати критеријум.

Основна *Метода променљивих околина (VNS)* представља комбинацију претходне две методе и литератури је најраспрострањенија. Псеудокод који описује ову методу може се представити на следећи начин:

Иницијализација.

Изабрати скуп околина N_k ,
 $k=1, \dots, k_{max}$, наћи почетно решење x ,
 $x^* := x$, $F_1^* := F_1(x^*)$,
 изабрати критеријуме заустављања.

Понављај(1) $k:=1$ **(2) Понављај**

(a) *Размрдавање.* Генерисати тачку x' на случајан начин
 из k -те околине x

(b) *Локална претрага.* Применити неки алгоритам за локално
 претраживање где је x' почетно решење; са x'' означити добијени
 локални минимум.

(c) *Померање претраге.* **Ако** $F_1(x'') < F_1(x^*)$
онда $x^* := x''$, $F_1^* := F_1(x'')$, $k:=1$
иначе $k:=k+1$

док је $k \leq k_{max}$

док се не задовољи задати критеријум.

Пролазећи секвенцијално кроз индексе околина k , за случајно решење из околине N_k , алгоритам врши локално претраживање, одређује локални минимум и проверава да ли је постигнуто побољшање текућег најбољег решења. Може се рећи да основна VNS метода има две фазе: фазу размрдавања (shaking) и фазу локалне претраге (local search) у којима се различито врши претрага простора решења, по принципу диверзификације и интензификације. Дуже размрдавање значи јачу диверзификацију, док се дужом фазом локалне претраге врши интензификација претраге.

Код ове варијанте VNS методе може да постоји само један скуп околина, а могу и да се дефинишу два скупа, по један за сваку од фаза. Када алгоритам генерише почетно решење x , поставља га као текуће решење и улази у фазу размрдавања у првој околини из скупа дефинисаних за ову фазу алгоритма. То значи да се из прве околине текућег решења x бира решење x' што означава крај фазе размрдавања. У наредној фази, фази локалне претраге, покушава се са поправком решења x' , што даје решење x'' . Само ако је x'' боље од x , решење x'' из фазе локалне претраге постаје текуће решење, а претрага се усмерава на прву околину из скупа оних везаних за фазу размрдавања. Ако решење x'' није боље од x , прелази се на наредну околину у низу. Понављање ових корака врши се до испуњења неког дефинисаног критеријума.

Метода VNS прилагођена је и примењена на решавање широког спектра проблема. Неколико радова је посвећено решавању проблема путујућег сервисера (Traveling Deliveryman Problem). У том проблему, за путујућег сервисера, који креће из депоа, треба да се пронађе таква рута којом се посећују корисници тако да укупно време чекања свих корисника буде минимално. Поред Младеновића и сар. [65], Вјелић и сар. [66] бавили су се хетерогеним проблемом путујућег сервисера са временским прозорима (Heterogenous Traveling Repairmen Problem with Time Windows), у којем постоји група сервисера која опслужује клијенте у оквиру одређених временских

интервала током посматраног периода, док су Pei и сар. [67] решавали проблем путујућег сервисера са профитом (Traveling Repairman Problem with profits) где путујући сервисер, обилазећи кориснике, остварује временски зависан профит. Pоровић и сар. [68] решавали су проблем рутирања са залихама у испоруци горива које укључује управљање залихама бензинских пумпи. Ђогић и сар. [69] бавили су се проблемом одржавања капиларне железничке мреже кластерским приступом, док су Апокић и сар. [70] разматрали проблем распоређивања возила приликом транспорта шећерне репе где је, уз одређена ограничења, циљ минимизирати радно време возила. Todosijević и сар. [71] бавили су се рутирањем возила за транспорт измењивих сандука. За опслуживање одређеног скупа купаца на располагању је флота која се састоји од камиона, полуприколица и измењивих сандука. У опслуживању корисника, може се користити или камион који превози један измењиви сандук или камион са полуприколицом причвршћеном на њега који носи два измењива сандука. Уз одговарајућа ограничења, попут дозвољене тежине терета или максималне дужине руте, потребно је минимизирати укупне трошкове. Macedo и сар. [72] решавали су локацијски рутинг проблем са вишеструким рутама. Овај проблем представља комбинацију проблема рутирања возила, који одређује оптимални скуп рута за испуњавање захтева скупа купаца и проблема локације, пошто депои из којих возила полазе морају бити изабрани из скупа могућих локација. Dražić [73] решавала је проблем распоређивања преноса датотека (File Transfer Scheduling Problem) у којем је потребно пронаћи одговарајући распоред појединачних преноса датотека, тј. временских тренутака у којима започиње пренос сваке датотеке тако да се минимизира дужина временског интервала од тренутка када прва датотека започне пренос до тренутка у ком последња заврши.

3.4 Симулација система са дискретним догађајима

Симулација је опонашање стварних или замишљених процеса, система или ситуација током времена. Њоме се ствара вештачка историја понашања система чијом се анализом изводе закључци о особинама тог система. Понашање система у току времена проучава се кроз симулациони модел чији се развој заснива на скупу претпоставки. Те претпоставке изражавају се математичким, логичким и симболичким везама између одређених објеката система [74].

Приликом развоја модела система углавном се разматрају само оне особине које утичу на проблем који се решава, тако да је модел поједностављена али ипак довољно детаљна верзија реалног система помоћу којег се систем може добро сагледати. То значи да при развоју модела треба одредити ниво апстракције на којем ће се вршити претпоставке о начину функционисања система. Ако је систем довољно једноставан, обично је могуће анализирати га аналитички. У ситуацији када су реални системи сувише комплексни да не могу да се реше аналитички, тек тада се користи симулационо моделирање.

Стање сваког система који се симулира изражава се скупом променљивих које су у вези са постављеним циљем проучавања система. И управо природа тих променљивих дефинише врсту система. Пошто се променљиве стања система могу мењати дискретно или непрекидно у времену, то су и одговарајући системи дискретни или непрекидни, па је и симулација таквих система дискретна или

непрекидна. У континуалној симулацији напредовање времена је континуално, док се код дискретне симулације напредовање времена дешава у дискретним интервалима дефинисане дужине.

Симулациони модели, даље, могу бити статички (Монте Карло симулација), када праћење протока времена у моделу нема значај или динамички када се понашање система и промене стања дешавају у времену. Такође, симулациони модели се уобичајено класификују на детерминистичке или стохастичке. За разлику од детерминистичких, код којих нема случајних променљивих, стохастички симулациони модел, као улазе, садржи једну или више случајних променљивих. Код таквих модела излазне променљиве морају бити случајне променљиве због чега се обрада излаза симулационог модела врши статистичком анализом.

Код постојећих система, симулационим моделирањем могу се испитивати ефекти одређених измена система и предвидети утицај измена на перформансе, што у значајној мери убрзава и појефтиније анализу, будући да експериментисање на реалном систему по правилу дуже траје и повезано је са већим трошковима. Са друге стране, симулационо моделирање пружа могућност проучавања још неизграђених система или сценарија и ситуација које и није могуће испитати на други начин: геолошке промене, клима, истраживање космоса.

Симулација дискретних догађаја (discrete event simulation) је најчешће примењиван метод симулационог моделирања и може бити реализован применом различитих приступа, односно механизма симулације. Најпознатији приступи су распоређивање догађаја, сканирање активности и интеракција процеса, док је најчешће коришћен процесно-интеракцијски приступ, чија савременија верзија обухвата и објектно оријентисану симулацију [75].

У пракси је дискретна симулација система моћан алат за подршку одлучивању у моделирању и оцењивању компјутерских система, система који раде у реалном времену, система дистрибуције, производних система у различитим областима индустрије. Исто тако, дискретна симулација логистичких система и ланаца снабдевања интензивно се примењује са идејом добијања одговора на многа питања стратегијског, тактичког и оперативног нивоа планирања. Применом симулације могуће је дизајнирати и реконфигурисати ланац снабдевања, могу се планирати залихе и управљати њима, као што се могу планирати производња и избор добављача [76].

У наставку су дате неке конкретне примене симулације. Rose и др. [77] поредили су методе откривања уских грла у AGV системима. Логистички системи имају бар једно уско грло, па је за повећање пропусне моћи потребно отклонити их. За откривање уског грла у AGV системима аутори су одређивали следеће мере: искоришћеност, време чекања и најдужи период несметаног рада система. На основу резултата добијених симулацијом, дошло се до закључка да трећа величина пружа највише информација о уским грлима у систему. У раду [78] описује се симулациони модел транспортног система којим се одређене локације сваки дан потисницама снабдевају течним горивом. На основу симулационог модела, за шест различитих врста нафте и шест различитих локација, потребно је утврдити одговарајући број потискивача потребних да се задовољи потражња за горивима. Koch и Weigl [79] представили су симулациони модел распоређивања услуга хитне

помоћи који се користи у анализи система транспортне логистике Црвеног крста у Аустрији. У раду [80] су за планирање дистрибуције производа и распоређивање потребних ресурса у дистрибутивним центрима и на тактичком и на оперативном нивоу интегрисане анализа кластера, прогнозирање, рачунарска симулација, метахеуристичка оптимизација како би се побољшао квалитет одлука. Комбиновањем анализе система масовног опслуживања и напредних техника симулације [81] могу се постићи адаптивни саобраћајни планови којима се побољшавају стратегије управљања саобраћајном мрежом у градским зонама са циљем ублажавања загушења. Rodič и Baggia [82] представили су решење за планирање распоређивања нелетачког особља и опреме на међународном аеродрому. Комбиновањем хеуристичког алгорита и модела дискретне симулације постижу се прихватљиви распореди особља и опреме.

Поред примене симулације све више су у примени хибридни приступи у којима се симулација користи у комбинацији са другим оптимизационим техникама и техникама моделирања. Неке од њих су хеуристичке методе, математичко програмирање, методе планирања ресурса и др.

Дискретна симулација нашла је примену у многим инжењерским дисциплинама, а за испитивање понашања неког система развијено је више симулационих програмских језика, софтверских пакета и интегрисаних симулационих алата (нпр. ARENA, FLEXSIM, SIMUL8).

4. ПРОБЛЕМ РАСПОРЕЂИВАЊА ВОЗИЛА ЗА САКУПЉАЊЕ ПРОИЗВОДА ЧИЈИ КВАЛИТЕТ ВРЕМЕНОМ ОПАДА

4.1 Сакупљање производа чији квалитет временом опада

Производи у ланцима снабдевања робом чији квалитет временом опада могу бити различити, а као типични примери могу се навести пољопривредни производи, посебно воће и поврће, али и неке пољопривредно-индустријске биљке, попут шећерне репе. Након бербе, ти производи постепено и неповратно губе квалитет, чиме им се смањује економска вредност. Иако се опадање квалитета временом мења различитом динамиком [83] у зависности од многих фактора, као што су температура или ниво влажности, у пракси се оно обично описује као функција времена или температуре. За процену опадања квалитета предложене су различите функције, као што је приказано у раду [84]. У овој тези коришћена је функција представљена у раду [85]. Функција је дата једначином (7), а описује губитак сахарозе у шећерној репи након истека одређеног времена t

$$\rho^t = \rho^0(1 - \beta)^t \quad (7)$$

где је

ρ^t количина сахарозе у извађеној и ускладиштеној репи након одређеног времена t

ρ^0 почетна количина сахарозе у извађеној репи у тренутку $t = 0$

β стопа губитка сахарозе по јединици времена

t време које је протекло након одлагања репе.

Као што је речено, након бербе, губици у квалитету су неизбежни и неповратни, међутим, због постојања различитости у почетном квалитету производа, одложених на местима неједнако удаљеним од депоа, могуће је да се

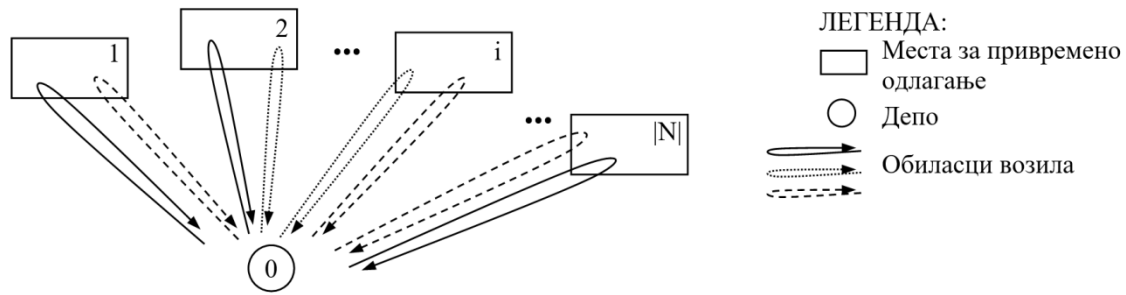
дефинисањем одговарајућег редоследа сакупљања максимизира укупни квалитет сакупљених производа и на тај начин из њих извуче највећа економска вредност. Стога, основна идеја модела предложеног у овој тези лежи у почетном распоређивању а затим прераспоређивању возила за сакупљање како би се сакупило што више производа што бољег квалитета. Ова идеја је коришћена као стратегија за максимизирање укупног квалитета сакупљених производа.

Да би се описао модел, који је представљен у раду [86], посматра се сировинско подручје произвољног пољопривредног производа чији квалитет временом опада. Сировинско подручје се састоји од поља у власништву пољопривредника који узгајају производе чији квалитет временом опада, за потребе малопродаје или прераде. Претпостављено је да постоји један дистрибутивни центар или прерађивачки погон (фабрика), који се овде посматра као депо, у који се производи испоручују након бербе. Сакупљени производи се обично не превозе одмах у фабрику, већ се, по правилу, након бербе, одлажу на за то прилагођене локације. Те локације за привремено одлагање користе или велики произвођачи појединачно или неколико мањих пољопривредника заједно. Количина ускладиштених производа који чекају на превоз до депоа је обично веома велика, због чега се целокупна отпрема обавља реализовањем већег броја обилазака локације, тј. у више тура. Технологија допреме производа са локације привременог складиштења до депоа може се описати на следећи начин. Празно возило одлази на место где се производи привремено чувају, тамо се утовара, а затим транспортује производе у депо, где се допремљена роба након вагања и провере квалитета истовара. Након тога возило је спремно за нову допрему, односно реализацију наредне туре. Целокупна количина привремено одложених производа мора се доставити у депо током одређеног временског периода, обично у току једног дана. Тај временски период представља и дужину планског периода T . Почетни квалитет производа гајених на различитим локалитетима, природно, варира у одређеном распону и може се, након одлагања на за то предвиђеним локацијама, проценити или визуелним прегледом, или пак мерењем параметара квалитета производа. Претпостављено је да је почетни квалитет производа на почетку периода планирања познат за сва места привременог одлагања.

Сировинско подручје се може посматрати као радијална транспортна мрежа (Слика 2), при чему је свако место за привремено одлагање повезано само са депоом.

Нека је N скуп чворова на мрежи где је чвор 0 депо, док чворови $i \in N \setminus \{0\}$ представљају места за привремено одлагање. Такође, нека је $E = \{(0, i) | i \in N, i \neq 0\}$ скуп грана, а ρ_i^0 почетни квалитет производа у чвору $i \in N$ на почетку периода планирања, у тренутку $t = 0$, чија је вредност позната.

Будући да је количина производа на местима за привремено одлагање много већа од носивости возила, производи се сакупљају тако што се сваки чвор $i \in N$ посети n_i пута. Дакле, ради се о вишеструким путовањима сваког возила $k \in K$, где је K скуп возила која врше сакупљање и допрему производа до депоа.



Слика 2 Конфигурација радијалне транспортне мреже која представља сировинско подручје [86]

Током радне смене дужине T_k^A , свако возило $k \in K$ из флоте изврши једно или више путовања $j \in J_k$ из скупа максималног могућег броја путовања J_k током којих се посећује неко од места за привремено одлагање $i \in N$, да би се производи сакупили и превезли у депо.

Без губитка општости, претпостављено је да је возни парк хомоген и да сва возила имају исту носивост. Процес сакупљања заснован је на FTL (full truckload) концепту тј. директној вожњи, при којој свако путовање започиње и завршава се у депоу.

Трајање једног путовања сваког од возила укључује t_i^{TE} , време путовања празног возила од депоа до чвора $i \in N$, t_i^{LQ} , време које возило проведе у реду за утовар у чвору $i \in N$, t^L , време утовара робе у возило, t_i^{TL} , време путовања пуног возила од чвора $i \in N$ до депоа и t^D , време потребно за извршавање операција у депоу.

Време потребно за обављање операција у депоу, t^D , састоји се од времена чекања у реду за узорковање, t^{SQ} , времена потребног за узорковање робе, t^S , времена чекања у реду за истовар, t^{UQ} , времена потребног за вагање пуног возила, t^{LW} , времена истовара возила, t^U , времена за вагање празног возила након истовара, t^{EW} и времена између два узастопна путовања, t^{PBT} .

Проблем оптималног распоређивања возила за сакупљање у датој радијалној мрежи се може посматрати као проблем распоређивања пуних возила за сакупљање са вишеструким обиласцима (Multiple Trip Vehicle Scheduling Problem With Full Truckload Collection Of Deteriorating Goods - MTVSPFCD), чији је циљ максимизирање укупног квалитета сакупљених производа чији квалитет временом опада. За решавање проблема коришћена је техника симулираног каљења као метода хеуристичке оптимизације којом се добија почетни оптимални распоред возила. Поред познатих вредности трајања путовања, узорковања, утовара, истовара и вагања, за одређивање почетног распореда возила потребна су, такође, и времена, стохастичка по природи, које возило проведе у редовима за утовар, истовар и узорковање. За процену очекиваних времена чекања у сваком од наведених редова, коришћен је модел масовног опслуживања G/G/c, имајући у виду да процеси у посматраном систему нису пуасоновски. Тако се, коришћењем познатих времена,

као и оних прелиминарно оцењених помоћу G/G/c система, уз помоћ технике симулираног каљења за проблеме већих димензија, детерминистички утврђује почетни распоред возила. У циљу побољшања почетног распореда возила, у наредном кораку се применом симулационог модела развијеног у FLEXSIM алату одређују "стварни" параметри процеса, па тако и "стварна" времена чекања возила у редовима. Теоретски, времена чекања возила у редовима такође могу бити резултат посматрања процеса сакупљања производа, али у пракси то није лако остварити, па су у овом раду та времена одређена симулацијом. Тако одређена времена чекања возила у редовима се, затим, користе за прераспоређивање возила поновном применом технике симулираног каљења. Међутим, у овом случају се уместо времена чекања одређених G/G/c моделом, као улазни подаци користе вредности времена чекања одређене симулацијом. Дакле, приступ решавању проблема сакупљања производа предложен у овом раду се може окарактерисати као хибридни приступ оптимизацијом и симулацијом којим је проблем могуће решавати у динамичном и стохастичком окружењу.

4.2 Преглед литературе

У другом поглављу било је речи о нивоима планирања активности, где је уочено да се као типични задаци оперативног планирања могу означити проблеми рутирања и распоређивања возила.

Проблем рутирања возила (Vehicle Routing Problem - VRP) спада у групу најпознатијих проблема који се јављају у различитим транспортним и логистичким системима. Откако је уведен [15], на хиљаде радова је посвећено решавању различитих врста проблема рутирања возила [87], [88], [89]. Међутим, како наводи Laporte [90], у већини истраживања проучава се класични проблем рутирања возила чијим решавањем се утврђују руте минималне дужине којима се обилази скуп корисника, уз истовремено поштовање различитих ограничења. У великом броју радова претпоставка је да свако возило обавља само једно путовање. То јесте реална претпоставка [17], али постоје и бројне практичне примене у којима возила могу да обављају више путовања током расположивог радног времена. Типични примери су испорука робе теретним возилима из дистрибутивног центра до појединачних места испоруке [91], преузимање и достава контејнера, али се могу препознати и у сакупљању различитих пољопривредних производа након жетве (нпр. кукуруз, пшеница, шећерна репа). Класом проблема рутирања возила са вишеструким путовањима (Multiple Trip Vehicle Routing Problems - MTVRPs) у којој возило врши више путовања током одређеног периода међу првима бавио се Fleischmann [16]. У том раду су алгоритмом заснованим на уштедама конструисане руте које су у радне смене возила комбиноване хеуристичким решавањем проблема паковања. Најновија истраживања о MTVRP проблему и сродним проблемима рутирања возила са вишеструким путовањима дата су у раду [17].

Иако се не разматрају у свим варијантама проблема рутирања возила, постоје и оне варијанте у којима временска димензија и распоређивање у њој играју важну улогу [90]. Ова класа проблема, позната и као проблем (временског) распоређивања возила (Vehicle Scheduling Problem - VSP), бави се распоређивањем скупа возила која морају да посете скуп локација да би извршили неку услугу полазећи из једног или

више депоа. У VSP-у је потребно сваком возилу доделити најмање једну туру тако да сваку локацију обиђе тачно једно возило како би се уз сва задовољена ограничења и захтеве корисника, оптимизовао одређени критеријум, као што је укупна пређена удаљеност или укупно време потребно за опслуживање свих локација. Нешто више о VSP-у може се наћи у радовима [27], [28], [29]. У раду [92] предложен је модел за обједињавање планирања линија, возног реда и распоређивања возила, док је у [93] развијен двофазни приступ за проблем распоређивања возова. Tang и сар. [94] вршили су подешавања тако да део обилазака има мали број заустављања, кратке обрте, кратке празне вожње или неку комбинацију ових стратегија како би се смањио потребан број возила. Petersen и сар. [95] бавили су се истовременим распоређивањем возила и проблемом опслуге путника, док су Schmid и Ehmke [96] решавали проблем распоређивања возила са временским прозорима и уравнотеженим временима поласка.

Проблеми рутирања и распоређивања возила у основи су детерминистички. Међутим, реални проблеми су обично стохастички, па проширење VRP-а на стохастичке проблеме рутирања возила (Stochastic Vehicle Routing Problems - SVRPs) има велики значај. Захваљујући напретку информacionих и комуникационих технологија, истраживање се све више усмерава на динамичке и стохастичке проблеме рутирања возила (Dynamic And Stochastic Vehicle Routing Problems - DSVRPs), који су од посебне практичне важности при решавању стварних проблема [23]. Сличан закључак изводи и Laporte [90] у раду у којем се напомиње да у области комбинованог рутирања и распоређивања, због повећане доступности информација у стварном времену, развој одговарајућих алгоритама способних за ефикасну обраду информација у реалном времену и за динамичко ажурирање решења представља важан правац истраживања.

Детерминистички модел представљен у овој тези има одређених сличности са формулацијом рутирања и распоређивања возила за сакупљање стокe, представљеном у раду [1]. Сличности леже у постојању вишеструких обилазака, као и временских променљивих које се користе за распоређивање возила, али, са друге стране присутне су и значајне разлике и то не само у чињеници да квалитет сакупљене робе током времена опада, већ и у чињеници да возила у свакој тури посећују само једну локацију (FTL-full truck load). На тај начин проблем разматран у овом раду упућује на сличност са поменутом класом проблема рутирања возила, познатом као *проблем рутирања возила са вишеструким путовањима - турама* (Multiple Trip Vehicle Routing Problem - MTVRP), док потреба респектовања временске димензије упућује на сличност са *проблемом распоређивања возила* (Vehicle Scheduling Problem).

Diaz и Perez [97] су проблем оптималне расподеле ресурса у жетви шећерне трске решавали симулацијом и оптимизацијом система човек-машина, где се симулационо моделирање користи као улаз при оптимизацији. У раду [98] дводимензионални проблем рутирања возила са стохастичким временима путовања решаван је комбиновањем Монте Карло симулације, итеративног локалног претраживања и хеуристике за рутирање и паковање. Iannoni и Morabito [99] симулирали су три сценарија снабдевања шећерном трском, који се разликују у структури возног парка и анализирали утицаје на време чекања и на истоварни капацитет. Такође су навели да анализа може бити корисна у производњи других

пољопривредних производа, нпр. поморанце, као и у дрвној индустрији. Barnes и сар. [100] и Hansen и сар. [101] користили су симулацију за проучавање метода којим би се скратило време између жетве шећерне трске и почетка њене прераде у индустрији шећера. Brandao и Mercer [102] описали су хеуристику табу претраживања за проблем рутирања и распоређивања возила са више путовања који је развијен за решавање стварних проблема дистрибуције, узимајући у обзир ограничења која се појављују у пракси. Azi и сар. [103] предложили су оптимизациони алгоритам за проблем рутирања возила са временским прозорима и вишеструком употребом возила. У раду је представљена математичка формулација, а коришћени су приступ Column Generation и алгоритам гранања и оцењивања. Исти аутори [104] су проблем рутирања возила са временским прозорима и вишеструким рутама решавали методом Adaptive Large Neighborhood Search. Higgins [105] је развио модел мешовитог целобројног програмирања којим се моделирају транспортне активности у ланцу снабдевања аустралијских шећерана шећерном трском. У истом раду су предложене и две метахеуристике за решавање проблема распоређивања радних возила. Anokić и сар. [70] развили су модел мешовитог целобројног програмирања са квадратним ограничењима за решавање оптималног превоза шећерне репе, као и алгоритам за решавање реалних проблема заснован на методи променљивих околина. Yan и сар. [106] развили су модел за планирање курирских рута у реалном времену и њиховог распореда у урбаном подручју када је време путовања стохастичко. За решавање проблема аутори су развили хеуристички приступ, док је за поређење перформанси коришћена метода вредновања заснована на симулацији. Yang и сар. [107] предложили су модел мешовитог целобројног програмирања реалног проблема преузимања и доставе са више камиона када су подаци познати пре почетка планског периода, а затим су размотрили различите стратегије планског периода када подаци нису доступни унапред. Поређење стратегија урађено је симулацијом.

4.3 MINLP формулација модела распоређивања возила за сакупљање

Да би се представила основна идеја моделирања проблема распоређивања пуних возила за сакупљање са вишеструким обилазцима (MTVSPFCD), предложен је мешовити целобројни нелинеарни модел у којем је време непрекидна променљива величина, променљиве додељивања „место за одлагање – обилазак – возило“ су бинарне, циљна функција је нелинеарна а ограничења су мешовита, квадратна и линеарна. MINLP (Mixed-Integer Nonlinear Programming) модел је формулисан на основу следећих претпоставки:

- Возила сакупљају исту врсту производа
- Сва возила свој први обилазак почињу из депоа
- Сва возила имају исту носивост и карактеристике
- Подаци о тражњи (број путовања до сваког места за одлагање) су унапред познати
- Сва путовања треба да буду завршена до краја планског периода
- За почетно распоређивање возила времена чекања возила у редовима одређена су помоћу G/G/c система
- Почетни квалитет производа познат је на почетку периода планирања

- Возни парк је довољно велик да опслужи све захтеве током планског периода

Последња претпоставка да величина возног парка „буде довољно велика“ уобичајен је услов за формулисање MTVRP проблема, а користили су је Gribkovskaia и сар. [1] за формулацију проблема сакупљања стоке, а касније и други аутори, нпр. Azi и сар. [103], Cattaruzza и сар. [17].

Возни парк који је довољно велик могао би да опслужи потребан број захтеваних путовања возила у датом временском периоду. Овај услов се може задовољити различитим величинама возног парка, што значи да се не морају нужно користити сва возила. У проблему који се у овој тези решава очигледно је да се горња граница броја возила одређује из услова да свако возило обилази само по једно место за привремено одлагање, што износи $\sum_{i \in N} n_i$.

Доња граница броја потребних возила која могу обавити сва захтевана путовања не може се лако утврдити, већ се решава као сложен проблем минимизирања величине возног парка. Како наводе Battarra и сар. [108], минимизирање укупног броја возила привукло је мало пажње у решавању различитих проблема рутирања, иако има велики практични значај. Ови аутори су први решавали проблем рутирања возила са вишеструким путовањима које изводи минимални број возила (Minimum Multiple Trip VRP - MMTVRP), а предложили су двофазну хеуристику којом се добија допустиво MMTVRP решење. У првој фази се одређује скуп рута помоћу хеуристичке методе за VRP са временским прозорима, док се у другој фази похлепним (greedy) приступом добијене руте групишу у вишеструка путовања. Касније су се овим проблемом бавили Cattaruzza и сар. [109] и предложили поступак итеративног локалног претраживања за MMTVRP.

Величина возног парка за сакупљање робе чији се квалитет временом погоршава зависи од тога да ли су возила у власништву пољопривредника односно прерађивачких компанија или су унајмљена од трећих лица, као што зависи и од врсте уговора између корисника услуге и превозника.

Међутим, у свим случајевима важно је одредити минималну величину возног парка која може да опслужи све захтеве у датом временском периоду, посебно зато што је тражња за сакупљањем производа после бербе на одређеном подручју обично велика, али и зато што је у случајевима када на истом подручју постоји више продаваца или прерађивача, доступност постојећих возила у том подручју ограничена. То значи да се сакупљање производа мора испланирати са најмањим бројем возила која испуњавају захтеве одређеног продавца или фабрике за прераду, иако је процес сакупљања свакако ефикаснији када се изводи већим бројем возила од минимално потребног.

Зато је у овом раду предложена математичка формулација MTVSPFCD проблема у којој се максимизира квалитет сакупљене робе, а истовремено минимизира број возила за сакупљање.

Проблем одређивања најмањег броја возила одговара једнодимензионалном проблему паковања (Bin-Packing Problem - BPP) и представља паковање времена путовања возила у њихово радно време, а изводи се кроз минимизирање укупног времена некоришћења возила. BPP проблем се проучава од 1939. године, када је Kantorovich, поред осталих проблема у организацији и планирању производње,

проучавао и минимизирање отпада, што одговара ВРР проблему. Његова студија, која је првобитно написана на руском језику, касније је преведена и објављена на енглеском језику [110]. ВРР се састоји од паковања објеката различитих величина у контејнере тако да се употреби најмањи могући број контејнера. Детаљнији приказ ВРР проблема може се наћи у раду [31].

У MINLP математичкој формулацији коришћене су следеће ознаке:

Скупови

- N скуп места за привремено одлагање производа
 K скуп возила за сакупљање производа
 J_k скуп путовања возила $k \in K$

Индекси

- i, s индекси места за привремено одлагање $i, s \in N$
 j индекс путовања возила $j \in J_k$
 k индекс возила $k \in K$

Параметри

- n_i број путовања до места за привремено одлагање $i \in N$
 ρ_i^0 квалитет производа који су привремено одложени на месту $i \in N$ на почетку планског периода ($t=0$)
 β стопа опадања квалитета по јединици времена
 T дужина периода планирања
 T_k^A радно време возила $k \in K$
 t_i^{TE} време путовања празног возила од депоа до чвора $i \in N$
 t_i^{LQ} време које возило проведе у реду за утовар у чвору $i \in N$
 t^L време утовара производа у возило
 t_i^{TL} време путовања пуног возила од чвора $i \in N$ до депоа
 t^{SQ} време чекања у реду за узорковање у депоу
 t^S време узорковања производа
 t^{UQ} време чекања у реду за истовар у депоу
 t^{LW} време вагања пуног возила
 t^U време истовара возила
 t^{EW} време за вагање празног возила, након истовара
 t^{PBT} време између два узастопна путовања (не користи се када возило крене на последње путовање из секвенце обилазака)

t_i^H време које се састоји од времена опслуге и времена путовања од тренутка када је возило стигло на место за привремено одлагање $i \in N$ да би се натоварило, до тренутка када је спремно за следеће путовање, пошто је завршило опслугу у депоу и мировало неко време,

$$t_i^H = t_i^{LQ} + t_i^L + t_i^{TL} + t_i^{SQ} + t_i^S + t_i^{UQ} + t_i^{LW} + t_i^U + t_i^{EW} + t_i^{PBT}$$

γ коефицијент којим се ствара равнотежа између квалитета сакушљене робе и ефикасне употребе возила, $\gamma > 0$

Променљиве

y_{ijk} бинарна променљива која узима вредност 1 када возило $k \in K$ на свом путовању $j \in J_k$ посети место привременог одлагања $i \in N$, у супротном је 0

t_{ijk} променљива која означава време када возило $k \in K$ спремно за утовар стигне до места привременог одлагања $i \in N$ током свог путовања $j \in J_k$

Функција опадања квалитета производа

$\rho_i^0 (1 - \beta)^{(t_{ijk} + t_i^H)}$ процењује квалитет сакушљених производа у тренутку њихове испоруке депоу пуним возилом $k \in K$, које у обиласку $j \in J_k$ у тренутку t_{ijk} стиже у место за одлагање $i \in N$, а у тренутку $t_{ijk} + t_i^H$ стиже у депо

Ова функција одговара губитку садржаја сахарозе у шећерној репи приликом сакушљања за време кампање, али такође је могуће користити и неку другу функцију губитка квалитета.

Пошто су расположиви број возила и број путовања сваког возила унапред непознати, у моделу би њихове вредности требало да буду постављене као довољно велике да би се осигурало постојање свих потребних променљивих одлучивања. Међутим, због временских ограничења и захтева за што бољим паковањем, у решењу проблема се неће нужно наћи сва доступна возила нити сва доступна путовања.

На основу уведених ознака и усвојених претпоставки, математички модел MTVSPFCD проблема може да се формулише на следећи начин:

$$\text{Max} \sum_{i \in N} \sum_{j \in J_k} \sum_{k \in K} y_{ijk} \rho_i^0 (1 - \beta)^{(t_{ijk} + t_i^H)} - \gamma \sum_{k \in K} \left(T_k^A - \sum_{i \in N} \sum_{j \in J_k} y_{ijk} (t_i^{TE} + t_i^H) \right) \quad (8)$$

под ограничењима

$$\sum_{j \in J_k} \sum_{k \in K} y_{ijk} = n_i \quad \forall i \in N \quad (9)$$

$$\sum_{i \in N} y_{ijk} = 1 \quad \forall k \in K, \forall j \in J_k \quad (10)$$

$$y_{ij-1k} y_{sjk} (t_{ij-1k} - t_{sjk} + t_i^H + t_s^{TE}) \leq 0 \quad \forall i, s \in N \forall j \in J_k, j \geq 2 \forall k \in K \quad (11)$$

$$y_{ijk} t_{ijk} \leq T_k^A - t_i^H \quad \forall i \in N, \forall j \in J_k, \forall k \in K \quad (12)$$

$$t_{ijk} \geq 0, \quad y_{ijk} = \{0,1\} \quad \forall i \in N, \forall j \in J_k, \forall k \in K \quad (13)$$

Функција циља (8) тежи да постигне равнотежу између укупног квалитета сакупљених производа и величине возног парка. Први члан функције циља (8) максимизира укупни квалитет производа сакупљених са свих места за привремено одлагање, на којима производима временом опада квалитет, док други члан минимизира величину возног парка, паковањем времена обилазака појединачних места за привремено одлагање у расположива радна времена возила. Ограничења (9) обезбеђују да се свако место за привремено одлагање посети тачно n_i пута. Ограничења (10) обезбеђују да свако возило током једног обиласка може да посети само једно место за привремено одлагање. Ограничења (11) осигуравају да распоређивање возила буде допустиво и одређују време доласка у свако место за привремено одлагање током сваког обиласка возила. Овим ограничењима води се рачуна да се тренутак доласка возила на место за привремено одлагање током следећег путовања из плана обилазака не сме догодити пре тренутка завршетка свих активности током претходног путовања, укључујући и време путовања до наредног места. Ограничење временске расположивости сваког возила, дато ограничењима (12), значи да путовање, које почиње у месту за привремено одлагање а завршава се у депоу, не сме бити дуже од расположивог времена. У случају када расположиво радно време свих возила није дуже од планског периода ($T_k^A \leq T \quad \forall k \in K$), што је логична претпоставка, скупом ограничења (12) се постиже да се процес сакупљања заврши до краја планског периода. Ограничења (13) дефинишу домене променљивих.

У MTVSPFCD проблему усвојен је FTL концепт тј. концепт директне вожње, када празно возило при сваком путовању посећује само један чвор и пуно се враћа у депо. Поред тога, формулација проблема се заснива на додељивању, а не на мрежним токовима, па модел (8) - (13) не укључује ограничења очувања тока, ограничења капацитета као ни ограничења која не дозвољавају подциклусе, која се често користе у VRP формулацији [14].

Квадратни чланови у ограничењима (11) и (12) могу се заменити линеарним, слично као у раду [1].

За разлику од линеаризације ограничења, први члан функције циља (8) није лако линеаризовати. Могуће је једино експоненцијалну функцију опадања квалитета дискретизовати по времену, када квалитет производа постаје позната константна.

У случају дискретизације по времену, период планирања T представља скуп временских интервала $p \in P$ дужине Δt у растућем редоследу. У овом случају, период планирања одговара кардиналном броју скупа P , тј. $|P| = \left\lceil \frac{T}{\Delta t} \right\rceil$, док сви временски параметри и променљиве постају целобројни, представљајући број временских интервала. Дискретизација по времену омогућује развој алтернативне формулације проблема засноване на партицији скупа слично идеји коју су први представили [111].

Да би се додељивањем путовања возилима формулисао проблем, у првом кораку је транспортна мрежа приказана у тачки 4.1 и представљена на Слици 2,

трансформисана у другу у којој се свако место за привремено одлагање $u \in N$ замењује скупом n_u виртуелних чворова $i \in n_u$ чији број $|n_u|$ одговара броју путовања који посећују место за привремено одлагање $u \in N$. Као резултат трансформације, привремено је уведен скуп $U = N$, тако да је $N = \bigcup_{u \in U} n_u$ унија подскупова n_u , тј. скуп

виртуелних чворова $i \in N$ са захтевима за једно путовање. Виртуелни чворови $i \in N$ треба да буду нумерисани тако да се при томе не изгуби информација о редоследу места за привремено одлагање. Отуда, у алтернативној формулацији проблема $i \in N$ означава појединачне захтеве за путовањем, уместо места за привремено одлагање.

Нека је $A_r \subseteq N$ уређени скуп путовања које обавља једно возило, а R скуп свих уређених скупова путовања $A_r \in R$. Односно, елементи r -тог скупа, $r = 1, \dots, |R|$, представљају путовања која би произвољно возило $k \in K$ могло да обиђе по редоследу чворова $i \in A_r$, већ уређеног скупа A_r , $1 \leq |A_r| \leq |N|$.

Укупан број свих могућих редоследа путовања одговара вредности $|R| = \sum_{|A_r|=1}^{|N|} \binom{|N|}{|A_r|} |A_r|!$.

Међутим, могуће је смањити тај број на $|R| = \sum_{|A_r|=1}^{|N|} \binom{|N|}{|A_r|}$ у случају када је за сваки скуп A_r изабран само један редослед чворова (једна пермутација) којим се максимизира квалитет сакупљене робе. Јасно је да су структура и број путовања скупа A_r које изводи возило $k \in K$, ограничени расположивим радним временом возила T_k^A .

У алтернативној формулацији проблема дефинисане су бинарне променљиве одлучивања $y_{A_r,k}$ које узимају вредност 1 када возило $k \in K$ посећује све чворове уређеног скупа A_r по датом редоследу, иначе је 0. Квалитет робе $\rho_{A_r,k}$, сакупљене возилом k током обилазака по редоследу дефинисаном елементима скупа A_r , постаје константа и може се израчунати као $\rho_{A_r,k} = \sum_{i \in A_r} \rho_i^0 (1 - \beta)^{t_i^{CT} \Delta t} \quad \forall k \in K \quad \wedge \quad \sum_{i \in A_r} (t_i^{TE} + t_i^H) \leq T_k^A$, где t_i^{CT} представља кумулативни збир временских интервала који претходе опслужују чвора $i \in N$ а може се израчунати као $t_i^{CT} = \sum_{j=1}^{i \in A_r} t_j^{TE} + t_j^H$.

Ознаке које су коришћене у апроксимационом моделу дате су у наставку.

Скупови

N скуп виртуелних чворова $i \in N$ са једним захтевом за путовање

P скуп временских интервала $p \in P$ дужине Δt распоређених у растућем редоследу, где је $|P| = \left\lceil \frac{T}{\Delta t} \right\rceil$

A_r уређени скуп путовања која обавља једно возило по редоследу чворова $i \in A_r$

R скуп свих могућих скупова путовања $A_r \in R$

Индекси

p редни бројеви временских интервала $p \in P$ дужине Δt у планираном периоду P

r уређени скуп индекса путовања $r = 1, \dots, |R|$

Параметри

Δt интервал коришћен за временску дискретизацију

$\rho_{A,k}$ квалитет производа сакупљених возилом $k \in K$ током обављања путовања по редоследу одређеном редоследом елемената скупа A_r

T_k^A расположиво радно време возила $k \in K$ изражено као број временских интервала Δt

t_i^{TE} време путовања празног возила од депоа до виртуелног чвора $i \in N$ изражено као број временских интервала Δt

t_i^H време које садржи време опслуге и време путовања од тренутка када је возило стигло у виртуелни чвор $i \in N$ да би се утоварило, до тренутка када возило напусти депо, изражено као број временских интервала Δt

t_i^{CT} кумулативни збир временских интервала који су претходили опрузи виртуелног чвора $i \in N$, израчунат као $t_i^{CT} = \sum_{j=1}^{i \in A_r} t_j^{TE} + t_j^H$, изражен као број временских интервала Δt

Променљиве:

$u_{A,k}$ бинарне променљиве одлучивања које узимају вредност 1 када возило $k \in K$ посети скуп чворова A_r по њиховом већ утврђеном редоследу, у супротном 0.

На основу изложене идеје и уведених ознака формулисан је алтернативни BILP (Binary Integer Linear Programming - бинарно целобројно линеарно програмирање) модел заснован на партицији скупа (Set Partitioning) којим се проблем распоређивања пуних возила за сакупљање и вишеструким обиласцима (MTVSPFCD) формулише на следећи начин:

$$\text{Max} \sum_{r \in R} \sum_{k \in K} y_{A_r,k} \rho_{A_r,k} - \gamma \sum_{k \in K} \left(T_k^A - \sum_{r \in R} y_{A_r,k} \sum_{i \in A_r} (t_i^{TE} + t_i^H) \right) \quad (14)$$

под ограничењима

$$\sum_{r \in R \wedge i \in A_r} \sum_{k \in K} y_{A_r,k} = 1 \quad \forall i \in N \quad (15)$$

$$\sum_{r \in R} y_{A_r,k} \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (16)$$

$$\sum_{r \in R} y_{A_r, k} \sum_{i \in A_r} (t_i^{TE} + t_i^H) \leq T_k^A \quad \forall k \in K \quad (17)$$

$$y_{A_r, k} \in \{0, 1\} \quad \forall A_r \in R \quad \forall k \in K \quad (18)$$

Као и нелинеарна функција циља (8) и функција циља (14) којом је (8) апроксимирана, поставља равнотежу између укупног квалитета сакупљених производа и величине возног парка.

Први члан функције циља (14) максимизира укупни квалитет производа чији квалитет опада током времена, који су прикупљени из свих виртуелних чворова, док други члан минимизира величину возног парка паковањем дужина трајања путовања у расположиво радно време возила. Ограничења (15) омогућавају да се сваки виртуелни чвор са једним захтевом за путовање посети тачно једном. Ограничења (16) допуштају да свако возило, обилазећи више виртуелних чворова, посети највише један скуп чворова A_r . Ограничење временске расположивости сваког возила, дато ограничењима (17), онемогућава да возило приликом обилазака свих чворова у скупу A_r премаша расположиво радно време. Када су променљиве $y_{A_r, k}$ дефинисане тако да укупно време потребно да се обиђу сви чворови из скупа A_r не прелази расположиво радно време возила ($\sum_{i \in A_r} (t_i^{TE} + t_i^H) \leq T_k^A$), ограничења (17) су сувишна и треба их изоставити. Ограничења (18) дефинишу домене променљивих.

Предложена формулација MTVSPFCD проблема, чак и у линеарном облику, комбинује два проблема, проблем партиције скупа (Set Partitioning) и једнодимензионални ВРР. Пошто је проблем партиције скупа NP-комплетан [112], а ВРР је NP-тежак у строгом смислу [113], решавање стварних проблема који су по правилу великих димензија, па чак и нумеричких примера мало већих димензија, захтева хеуристички оптимизациони приступ који се у овој тези заснива на примени SA алгоритма.

4.4 Решавање проблема распоређивања возила за сакупљање производа чији квалитет временом опада: хибридни приступ оптимизацијом и симулацијом

MTVSPFCD проблем је решен узастопном применом симулираног каљења и симулационог моделирања развијеном за рад у два режима [86]. Један режим је моделирање процеса сакупљања из дана у дан (DBD (day-by-day) режим), а други је из сата у сат (НВН (hour-by-hour) режим).

DBD начин рада одговара концепту моделирања у којем се прелиминарно распоређивање и касније прераспоређивање возила, као и симулација процеса сакупљања, односе на читав период планирања T . То јест, прераспоређивање возила се заснива на улазним подацима утврђеним симулацијом процеса сакупљања током читавог периода планирања T . С друге стране, НВН начин рада одговара концепту моделирања у којем се прераспоређивање возила и симулација процеса сакупљања односе на периоде краће од периода планирања T . У том режиму рада прво је читав период планирања подељен је на два подпериода, да би се затим улазни подаци,

добијени симулацијом процеса сакупљања у првом, користили за прераспоређивање возила у другом подпериоду. То значи да би на основу симулираних података из првог раздобља посматрања T_1^O у НВН режиму рада решење требало да буде нови распоред возила за други подпериод, односно период прераспоређивања T_2^R , где је $T = T_1^O + T_2^R$.

4.4.1 Приступ решавању заснован на техници симулираног каљења

За решавање MTVSPFCD проблема, предложен је алгоритам заснован на техници симулираног каљења.

Представљање решења

За оба начина рада, DBD и НВН, решење је кодирано као пермутација целих бројева који представљају чворове на мрежи које треба посетити, при чему се сваки цео број $i \in N$ у решењу мора појавити тачно n_i пута. Путовања возила $j \in J_k, \forall k \in K^S, K^S \subseteq K$ одговарају редним бројевима чворова у низу, где K^S представља подскуп возила која су део решења. На Слици 3 представљен је пример решења у којем је сваком возилу додељен низ чворова које треба да посети током периода планирања. У датом примеру сировинско подручје има 3 места за одлагање производа, које захтевају 6, 4 и 2 директна путовања, редом.

1	1	2	1	1	2	1	1	2	3	3	2
Возило 1			Возило 2			Возило 3			Возило 4		

Слика 3 Пример представљања решења

У решењу (Слика 3) свако од четири возила обавља по три путовања $|J_k|=3, \forall k \in K^S, K^S=4$ тако да се сваки чвор $i \in N, |N|=3$ посећује тачно n_i пута како би се задовољила потражња за сакупљањем $n_1=6, n_2=4, n_3=2$. Трајање обилазака низа чворова сваког возила ограничено је расположивим радним временом и периодом планирања.

Фитнес функција решења одговара функцији циља (14) али, у складу са минимизацијом као критеријумом оптималности у SA алгоритму, представља разлику између пондерисаног укупног неискоришћеног времена рада свих возила и укупног квалитета производа сакупљених са свих места привременог одлагања по редоследу обилазака датог решењем.

У режиму рада НВН, у обзир се узимају додатне информације о реализованим путовањима сваког возила током посматраног периода одређене дужине (први подпериод) добијене применом симулационог модела. За свако возило k из решења, подаци који се, након симулације процеса сакупљања у првом подпериоду, прослеђују SA алгоритму јесу моменат завршетка последњег путовања t_k^{HBH} и скуп већ посећених чворова nr_k . План прераспоређивања возила, добијен на основу тих

података, односи се на период T_2^R у коме су возила доступна у различитим тренуцима t_k^{HBH} , док је тражња за сакупљањем смањена за број већ остварених путовања.

Конструисање почетног решења

Почетно решење предложеног алгоритма требало би да буде релативно добро допустиво решење добијено за кратко време. За DBD режим, допустиво почетно решење x_0 добија се применом BFD (Best Fit Decreasing) алгоритма [114]. У BFD алгоритму елементи се сортирају у опадајућем редоследу, уз непроменљив редослед контејнера. Сваки елемент се ставља у најнапуњенији контејнер у чији празан простор може да стане. Посматрајући трајања путовања као елементе који се могу паковати, BFD алгоритмом се одређују минималан број возила и подскупови путовања додељених возилима.

За НВН начин рада, на почетку алгоритма од радног времена сваког возила одузима се укупно време трајања посеђивања већ посеђених чворова (ntr_k за k -то возило). Потом се за свако возило одређује преостало расположиво време. Након тога се прерачунавају трајања осталих нераспоређених путовања и BFD алгоритмом сортирају и пакују у преостало расположиво време возила, са могућношћу отварања нових возила, ако је потребно. Као последица прераспоређивања возила на основу симулираних података, нови распоред може захтевати додавање нових возила. Ако је ново возило отворено, његово радно време у режиму НВН почиње одмах на почетку периода T_2^R .

Структуре околина

Структуре околина које су коришћене у развијеном SA алгоритму дефинисане су правилима: *swap*, *reversion* и *insertion*. Нека је скуп $N(x)$ скуп решења која су у околини решења x . При свакој итерацији, следеће решење x' се из $N(x)$ бира на случајан начин применом једног од три правила. Правило замене - *swap* подразумева замену два произвољно изабрана чвора из тренутног решења. Правило окретања - *reversion* значи измену редоследа свих чворова између два произвољно одабрана чвора, укључујући и њих, тако да први постаје последњи, итд. Правило уметања - *insertion* умеће произвољни чвор испред случајно изабраног положаја, изостављајући чвор на његовом претходном положају. Значи, прелазак на решење које се налази у околини текућег решења постиже се премештањем чвора на неки нов положај у низу чворова тренутног решења. У HDH моду, подскуп путовања која припадају првом подпериоду планираног периода не подлеже овим правилима, тј. позиције тих чворова у решењу су непроменљиве.

У складу са природом проблема који се решава, може се очекивати да правило замене и окретања утичу на укупни квалитет сакупљених производа, док правило уметања може довести до смањења броја возила.

Имплементација развијеног SA алгоритма

За оба начина рада, DBD и НВН, развијени алгоритам започиње читањем одговарајућих улазних података који обухватају време опслуге, време путовања, очекиване вредности времена чекања у реду добијене теоретским моделом или симулирано време чекања, квалитет производа, стопа опадања квалитета по јединици времена, потребан број путовања и дужина периода T . Након тога задају се вредности следећих шест параметара: број итерација (It), дужина боравка на једној температури (L), почетна температура (τ_0), фактор хлађења (α) и расподела вероватноћа према којој се бира правило трансформације (p). За НВН режим потребне су и додатне информације о тренуцима последњег путовања t_k^{HBH} и о чворовима који су већ посећени ntr_k . Након израчунавања трајања путовања, алгоритмом се одређује почетно решење x_0 .

Примена SA алгоритма започиње кораком у коме тренутно најбоље решење x^* узима вредност x_0 а тренутна најбоља вредност функције циља F^* узима вредност функције циља за решење x_0 . Затим, алгоритам примењује на тренутно решење x једно на случајан начин изабрано правило трансформације, чиме се добија ново допустиво решење x' . Учесталости избора околине контролишу се законом расподеле вероватноћа $p = [p_1, p_2, p_3]$, $\sum_{u=1}^3 p_u = 1$. При претраживању околине на одређеној температури, у свакој итерацији претраге, са одређеном вероватноћом може се изабрати само једна врста трансформације тренутног решења. Нека је Δf разлика између вредности функција циља $f(x')$ и $f(x)$, новог и тренутног решења, редом. Решење x замењује се решењем x' ако је $f(x')$ боље од $f(x)$, тј. $\Delta f < 0$. У супротном, решење x замењује се решењем x' , са вероватноћом прихватања која је једнака $e^{\frac{-\Delta f}{k\tau}}$, где је $\Delta f = f(x') - f(x)$, k је Болцманова (енгл. Boltzmann) константа а τ је температура. Тренутна температура τ смањује се након покретања L итерација према изабраној шеми хлађења.

Шема хлађења и почетна температура

У примени SA алгоритма, усвојена је геометријска шема хлађења. Температура се смањује према шеми $\tau_{i+1} = \alpha\tau_i$ после L корака на истој температури. Вредност параметара τ_0 , L и α одређује се на следећи начин. Према препоруци [56], [115], број корака на текућој температури треба да буде истог реда величине као и величина околине. У овом истраживању то се чини неподесним јер је величина околине врло велика, па је изабрана вредност за L која износи $6|N|$. Затим, за 5 насумично изабраних инстанци проблема развијени алгоритам се покреће L корака и израчунава се просечно погоршање функције циља Δ . Вероватноћа прихватања корака, p_0 , током ове фазе хлађења поставља се на вредност из распона [0.5, 0.9].

Тада се, према поменутиим препорукама, τ_0 израчунава према формули $\tau_0 = -\frac{\Delta}{\ln p_0}$.

По завршетку SA алгоритма, распоређивање и прераспоређивање возила за сакупљање може се извести из оптималног решења x^* . Предложени приступ укратко је приказан кроз псеудокод:

```

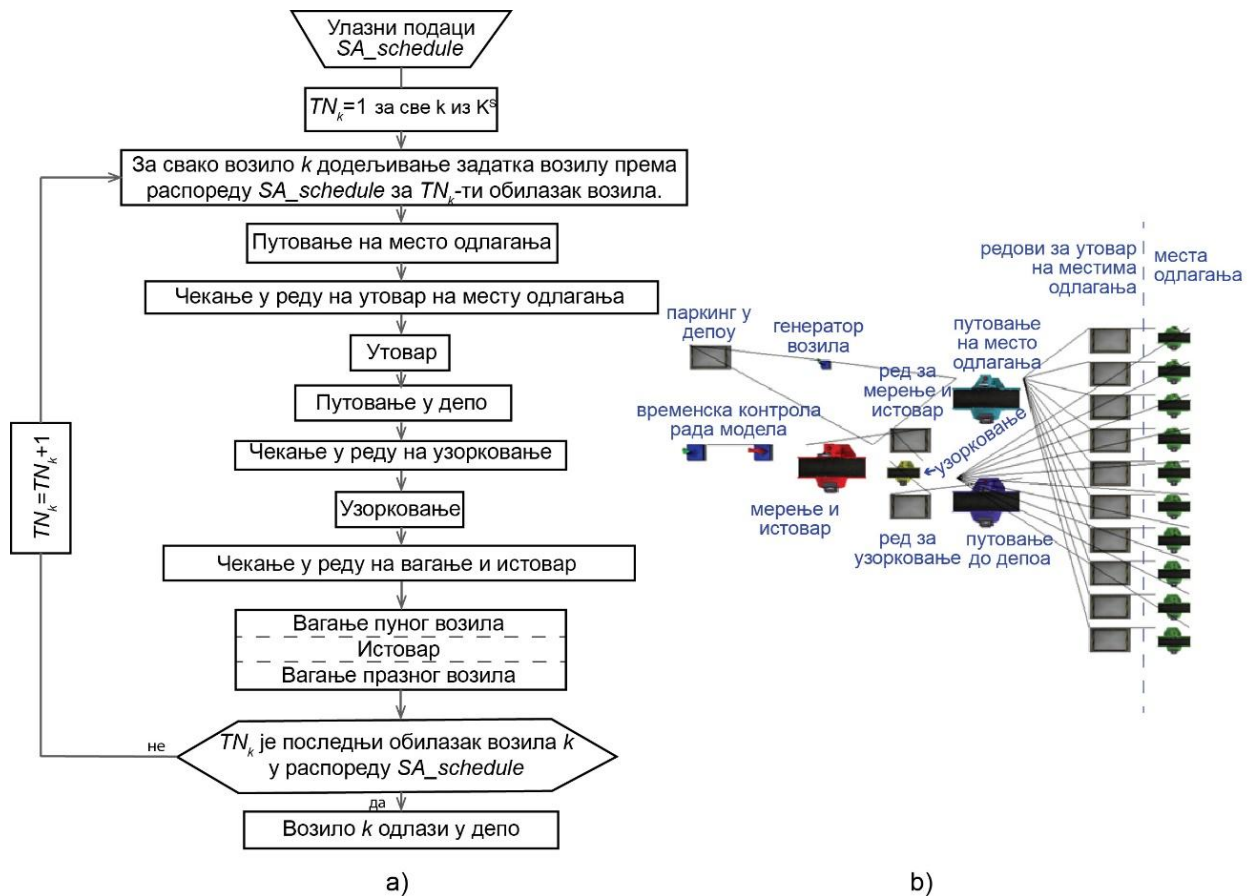
SA (врста режима, улазни подаци за одговарајући режим,  $\tau_0$ ,  $\alpha$ ,  $It$ ,  $L$ ,  $p$ )
Израчунати трајање свих путовања;
Генерисати почетно допустиво решење  $x_0$ ;  $x := x_0$ ;  $x^* := x$ ;
Понављај
i := i + 1
  Понављај
  j := j + 1
    Генериши  $r = \text{random}(0, 1)$ 
    Случај  $r < p_1$ : Генериши ново решење  $x'$  из  $x$  правилом swar
    Случај  $p_1 < r < p_1 + p_2$ : Генериши ново решење  $x'$  из  $x$  правилом
    reversion
    Случај  $p_1 + p_2 < r < 1$ : Генериши ново решење  $x'$  из  $x$  правилом
    insertion
    Ако је  $x'$  допустиво онда
      Ако  $f(x') > f(x)$  онда
         $x := x'$ 
      иначе
        Израчунај  $\Delta f = f(x') - f(x)$ 
         $r_2 = \text{random}(0, 1)$ 
        Ако  $r_2 < \exp(-\Delta f / k\tau)$  онда
           $x := x'$ 
        Ако  $f(x') < f(x^*)$  онда
           $x^* := x'$ 
    док је  $j < L$ 
     $\tau := \tau \cdot \alpha$ 
  док је  $i < It$ 

```

4.4.2 Симулационо моделирање

Улога симулационог модела, развијеног у FLEXSIM објектно оријентисаном интегрисаном симулационом софтверском пакету, јесте да пружи процене перформанси система које се односе на чекање у реду за утовар, узорковање и истовар, као и на квалитет сакупљених производа за дати распоред свих возила из решења, елемената скупа $K^S \subseteq K$. Сходно томе, дијаграм тока симулационог модела дат је на Слици 4. Улаз у симулациони модел садржи распоред возила који је резултат примене BILP модела или примене SA алгоритама, за мање и веће инстанце, редом.

FLEXSIM је објектно оријентисан алат за симулацију дискретних догађаја [116]. Користи се за изградњу модела који се понашају као стварни физички или концептуални системи. Стога је први корак у превођењу дијаграма тока (Слика 4а) у објектно оријентисан симулатор FLEXSIM одабир најприкладнијих FLEXSIM објеката који се могу користити за моделирање стварних елемената система.



Слика 4 Дијаграм тока (а) и Flexsim симулациони модел (б) [86]

Дакле, у опонашању стварног процеса сакупљања надгледањем кретања возила за сакупљање кроз систем, свако возило је представљено као један Flexsim ентитет (FlowItem). На овај начин могуће је прикупити све потребне информације о трајању активности процеса сакупљања, као и податке о стварном квалитету сакупљене робе. Активности процеса сакупљања представљене су Processor објектима на следећи начин. Ресурси, пред којима се у стварном систему стварају редови, представљени су Processor објектима типа „seize-delay-release“ тј. „заузимање - задржавање - ослобађање“ и пре њих постављеним објектима Queue (утовар на местима привременог одлагања, узорковање, вагање и истовар у депоу), док су транспортне активности представљене као Processor објекти само типа „задржавање“, јер су путеви у подручју сакупљања неограниченог капацитета па саобраћајни услови не стварају редове (Слика 4б).

Да би се утврдило да ли је симулациони модел верни приказ система и да ли је у стању да постигне циљеве истраживања, изведена је следећа анализа. У првом кораку проверавана је идеја да се стварни систем сакупљања тако трансформише у изводљив FLEXIM симулатор што, у складу са истраживањем [117], одговара фази верификације модела. Banks и сар. [74] су, такође, фазу верификације модела дефинисали као јемство „да се концептуални модел тачно одражава у оперативном моделу“. Пошто FLEXIM користи Open GL технологију, верификација је извршена визуелно, посматрајући понашање модела. Међутим, имајући у виду да је „анимација корисна да покаже да симулациони модел није валидан“ [118], она не може заменити анализу улазних и излазних података и зато су изведени бројни

експерименти у којима је проверена тачност резултата симулације. То је учињено провером вредности сакупљеног садржаја шећера, поређењем средњих вредности времена путовања и времена утовара и истовара добијених симулацијом и израчунатих аналитички, итд. На крају, да би се потврдио модел, упоређени су резултати добијени ВILP моделом и симулацијом истог распореда возила за мале инстанце (два места за одлагање, свака са тражњом од два путовања) са само два и три возила, где нема чекања у редовима. Резултати су показали да се модел са задовољавајућом тачношћу понаша у складу са истраживањем у овој тези, како је валидацију симулационог модела дефинисао [117].

Симулацији процеса сакупљања FLEXSIM симулатором претходи унос распореда возила добијеног SA алгоритмом (*SA_schedule*) и следећих података: растојања депо – складиште, почетни нивои квалитета производа на местима за привремено одлагање, расподела вероватноћа активности процеса сакупљања (брзина возила у утоварним и истоварним правцима, времена утовара, узорковања, вагања и истовара). Након тога, модел је спреман да се покрене како би се симулациони експерименти извршавали.

Стварање свих FlowItems-а изводи се на почетку сваког експеримента у Source објекту применом Arrival Schedule начина генерисања. Почетна додела путовања возилима се такође реализује на истом објекту коришћењем концепта окидача у тренутку креирања сваког возила. Информације о идентификационом броју возила, његовом одредишту (тј. месту привременог одлагања) и квалитету производа у возилу чувају се у одговарајућим FlowItems ознакама.

Након почетне доделе одредишта, према редоследу *SA_schedule*, свако возило се шаље у редове чекања на местима привременог одлагања. Време које возило проведе путујући празно, симулира се коришћењем објекта типа Processor са довољно великим капацитетом да се истовремено обрађују сва возила. Време кретања возила симулира се коришћењем удаљености од депоа, које је полазиште свих возила на почетку периода планирања, и брзине празног возила, генерисане из расподеле вероватноћа дате у улазним подацима. Односно, трајање активности „кретања до места привременог одлагања“ генерисане су Монте Карло методом. Следећи корак у реализацији вожње је утовар производа, такође симулиран објектом типа Processor. Међутим, сада му претходи Queue објекат да би се моделирало чекање возила на местима утовара. Док је време утовара возила генерисано Монте Карло методом, времена чекања су резултат интеракције с претходно опслуженим возилом, а надгледа их симулатор.

Након утовара, транспорт производа до депоа моделира се на исти начин као у случају празних возила, тј. генерисањем трајања транспорта методом Монте Карло, али користећи различиту расподелу вероватноћа за брзину натовареног возила. Следећа активност, узорковање у депоу, симулира се задржавањем ентитета FlowItem у објекту Processor према датој расподели вероватноћа. Пре Processor објекта постоји Queue објекат, док времена чекања произлазе из интеракције с претходно опслуженим возилом, а надгледа их симулатор. Након узорковања, информације о нивоу квалитета производа се ажурирају, а возило улази у ред чекајући истовар, што је моделовано још једним Queue објектом. Целокупан истовар састоји се од два поступка вагања и самог истовара, који се моделирају као

задржавање FlowItems објекта у Processor објекту према расподелама наведеним у улазним подацима. Након реализације путовања, тј. по изласку истовареног Processor објекта, ако нема путовања додељеног возилу, возило се уклања из модела тако што бива послато на објект типа Sink. Међутим, ако према редоследу *SA_schedule*, постоји више путовања која се обављају овим возилом, у окидачу OnExit истовареног Processor објекта, возилу се додељује следеће путовање и оно се шаље на објекат за симулирање кретања празних возила до места привременог одлагања.

Сви подаци о започињању и завршетку сваког путовања, као и подаци о квалитету сакупљених производа, прикупљају се у одговарајућим табелама које се извозе на крају сваког понављања и касније анализирају како би се добиле оцене перформанси датих решења.

Симулација се завршава када је испуњен један од два критеријума за завршетак. Први критеријум је реализација свих путовања на свим возилима, док је други достизање краја планског периода.

4.4.3 Решавање проблема применом хибридног приступа оптимизацијом и симулацијом

Примена хибридног приступа оптимизацијом и симулацијом, која се користи за решавање динамичког и стохастичког проблема распоређивања возила за сакупљање производа чији квалитет опада током времена, сажета је у дијаграму приказаном на Слици 5 за оба режима рада.

Након креирања свих инстанци проблема $INST = \{1, 2, \dots, ins, \dots, |INST|\}$, од којих свака инстанца $ins \in INST$ садржи конфигурацију мреже, тражњу за сакупљањем, параметре процеса превоза и почетне стопе опадања квалитета, потребно је одредити очекивана времена чекања у свим редовима, користећи систем G/G/c као део QtsPlus софтвера, како би улаз у SA алгоритам био што је могуће прецизнији (рецимо, у односу на случај када времена чекања не би била разматрана а реално постоје). За сваку инстанцу $ins \in INST$, време чекања у редовима система за сакупљање одређује се на основу интензитета наиласка и интензитета опслуге у свим чворовима на мрежи.

Претпостављена су експоненцијална времена између наилазака возила која обилазе све чворове мреже, укључујући и депо. На основу ове претпоставке, интензитет наилазака λ_i у било који одређени чвор мреже $i \in N$, која се посећује n_i

пута у току планираног периода T , оцењује се као $\lambda_i = \frac{n_i}{T}$, док у случају депоа као

$\lambda_0 = \frac{\sum_{i \in N} n_i}{T}$. Времена чекања у редовима $(t_i^{LQ}, t_i^{SQ}, t_i^{UQ})$ затим се оцењују помоћу QtsPlus софтвера за системе масовног опслуживања [119] користећи G/G/c симулатор.



Слика 5 Дијаграми тока којима је представљена примена DBD (а) и HBH (б) хибридног приступа оптимизацијом и симулацијом [86]

Оцењени интензитети наилазака λ_i и интензитети опслуге у чворовима који одговарају временима опслуживања (t^L, t^S, t^U) представљају улазе у симулатор. Модел G/G/c изабран је због његове универзалности и зато што је једини применљиви аналитички модел којим може да се представи проблем који је у овој тези анализиран.

Свака инстанца се по уносу улазних података решава узастопним применама SA алгоритма и симулационог модела, који раде у једном од два могућа режима рада, DBD или НВН, као што је објашњено у одељцима 4.1 и 4.2.

Када се одређује прелиминарни распоред возила за сакупљање који максимизира укупни квалитет сакупљених производа (Блок 1 на Сликама 5а и 5б, предложени SA алгоритам увек ради у DBD режиму рада. То значи да проналази распоред возила који максимизира укупни квалитет сакупљених производа током читавог периода планирања T . Прелиминарни распоред је заснован на очекиваним вредностима времена чекања одређених системом G/G/c, имплементираним у софтверском алату QtsPlus и садржи низове посета чворова за свако возило у облику датом на произвољном примеру у Табели 1.

Распоред добијен у таквом облику постаје улаз у дискретни стохастички модел симулације процеса сакупљања имплементиран у FLEXSIM-у (Блок 2 на Сликама 5а и 5б). Модел симулације имитира стварни процес сакупљања са циљем да се времена чекања у редовима процене реалније. Процес симулације имплементиран у FLEXSIM -у, поред времена путовања и опслуге, као улаз користи само распоред возила (као у Табели 1), али не и време чекања одређено SA алгоритмом. Оцене реалистичних времена чекања добијене симулационим моделом потом постају улазне вредности SA алгоритма (Блок 3). Треба напоменути да се симулациони модел може користити и за оцену осталих параметара процеса сакупљања, што је од посебног значаја у случају кварова, загушења или других поремећаја на мрежи, али пошто те могућности превазилазе дефинисане циљеве ове тезе, поменути су само као могућности.

Табела 1 Облик прелиминарног распореда возила добијеног SA алгоритмом

	ПУТОВАЊА ВОЗИЛА								
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Возило 1	5	1	2	1	2	3	3	4	4
Возило 2	1	5	1	2	2	3	4	4	4
Возило 3	5	5	1	1	2	2	4	4	4
Возило 4	3	2	2	3	4	4	4		
Возило 5	1	5	1	1	1	3			

У DBD режиму, FLEXSIM симулационим моделом сакупљају се само подаци који се односе на времена чекања у редовима, док у НВН режиму, осим те статистике, за свако возило у решењу, за следећи корак модел даје и број путовања ntr_k која су реализована током посматраног периода дате дужине, као и временски

тренутак t_k^{HBH} када је завршено последње путовање извршено у овом периоду. У оба режима рада, за сваку инстанцу проблема, резултати симулационог модела садрже средња времена чекања у свим редовима, тј. $t^{SQ}, t^{UQ}, t_i^{LQ} \forall i \in N$.

У следећем кораку (Блок 3 на дијаграмима тока на Сликама 5а и 5б) понавља се примена SA алгоритма како би се возила за сакупљање, уз помоћ улазних симулираних вредности ближих реалности, прераспоредила боље и ефикасније. Тачније, у поновљеној примени SA алгоритма уместо времена чекања у реду одређених G/G/c системом, као што је то учињено при одређивању прелиминарног распореда (Блок 1 на дијаграмима тока на Сликама 5а и 5б), користе се времена чекања у реду одређена FLEXSIM симулацијом. Тиме се настоји да се постигне већи укупни квалитет сакупљених производа. Нови распоред, зависно од проблема на који се односи, може се заснивати на DBD или HBH режиму рада. У случају када је распоред направљен за читав плански период, SA алгоритам ради у DBD режиму, док у случају прераспоређивања возила у другом подпериоду T_2^R , SA алгоритам ради у HBH режиму.

У последњем, четвртном кораку предложеног приступа (Блок 4 на дијаграмима тока на Сликама 5а и 5б) симулира се сакупљање производа према новом распореду који је резултат прераспоређивања возила помоћу SA алгоритма у претходном кораку. У овом кораку, симулационим моделом, који функционише исто као и при првој примени (Блок 2 на дијаграмима тока на Сликама 5а и 5б), оцењује се укупни квалитет сакупљених производа у читавом планском периоду у оба режима рада. Треба напоменути да је у овом кораку у DBD режиму улазни распоред за симулацију резултат примене SA алгоритма у Блоку 3 на Слици 5а, док је у случају HBH режима улазни распоред за свако возило k добијен удруживањем првих ntr_k путовања из распореда добијеног SA алгоритмом у Блоку 1 на Слици 5б, као низа чворова који је већ опслужен, и свих путовања из распореда Блока 3 на Слици 5б као низа чворова који треба посетити. У овом кораку, симулациони модел такође може да побољша решење, када је то потребно, максимизујући број завршетака међу свим путовањима додавањем потребног броја возила. Побољшање се остварује додељивањем нереализованих путовања новом возилу и понављањем симулације повећаним возним парком.

4.5 Примена хибридног приступа оптимизацијом и симулацијом у решавању проблема распоређивања возила за сакупљање шећерне репе

Да би се оценила ефикасност предложеног хибридног приступа оптимизацијом и симулацијом, изабран је процес сакупљања шећерне репе и на његовим примерима тестирана је примена описаног приступа.

4.5.1 Организација снабдевања фабрика шећера шећерном репом

Због великих захтева у производном процесу шећерна репа спада у најинтензивније ратарске културе. Гаји се првенствено ради добијања шећера из

корена у коме се налази сахароза. Пошто производња шећерне репе условљава низ индустријских (нпр. шећеране) и прехрамбених грана привреде, та биљка има велики значај у привреди једне државе.

Процес прераде шећерне репе одвија се кроз два периода у току године. Први период траје од раног марта до августа, када се биљка сади и сазрева. Затим наступа период вађења шећерне репе из земље, транспорт до шећеране и прерада сирове репе. Тај период зове се кампања и обично почевши од септембра траје два до четири месеца, у зависности од висине приноса репе и временских услова.

У периоду кампање шећеране раде без прекида добијајући свакодневно неопходне количине сировине са места одлагања после вађења из земље. У питању су велике дневне количине које у просеку износе око 7000 тона, а могу да достигну и 10000 тона, што ствара велике захтеве за транспортом. По сачињавању плана којим се постижу ефикасно и економично сакупљање и транспорт, шећеране траже услуге различитих транспортних предузећа.

План би требало да садржи места на којима је репа одложена, количине репе на тим местима, број потребних обилазака за сваки појединачни дан планског периода одређене дужине, оптимални број возила, као и најповољнију динамику отпреме и редоследа обиласка појединих локација.

Распоређивање возила за сакупљање на места са одложеном репом за време кампање планира се за неки краткорочни плански период дужине од једног или више дана.

Губитак квалитета после вађења из земље захтева да се репа што пре превезе у фабрику на прераду. Зрелост репе, постављање циља да се сировинско подручје обрађује равномерно, као и расположивост машина за вађење репе, утичу на количину репе која ће бити извађена у неком планском периоду.

То је, у сваком случају, велика количина коју је немогуће одмах отпремити и прерадити, па се неизбежно јављају губици у сахарози. Зато руководство шећерана сачињава такав план превоза којим се остварује највећа могућа добит најјефтинијим превозом сировне са што већим процентом сахарозе [120].

Садржај сахарозе у шећерној репи изражава се у проценту тежине корена репе. Распон вредности садржаја сахарозе, када је репа профитабилна, креће се од 14% па све до некада и 22%, у зависности од географске области у којој расте. Уобичајено је то вредност од 16%, док се вредност испод 14% сматра непрофитабилном [121].

Садржај сахарозе временом се смањује, а за описивање промене количине сахарозе усвојена је временска функција дата изразом (7) [85].

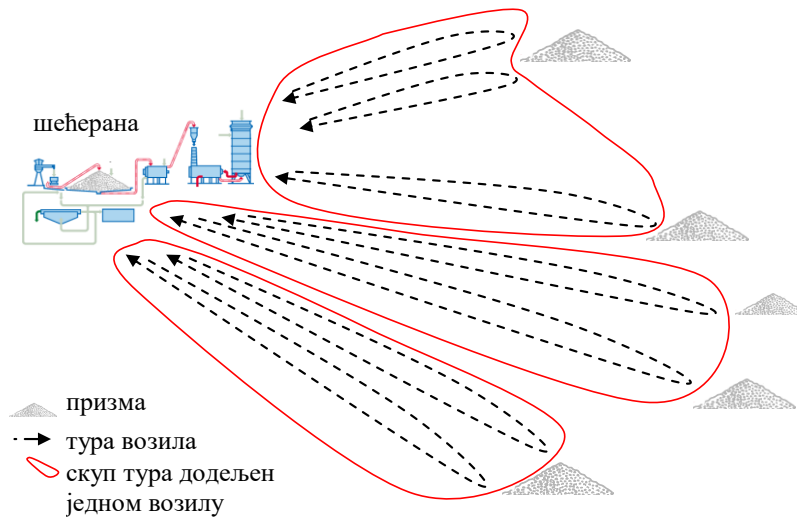
4.5.2 Опис процеса сакупљања шећерне репе

Сировинско подручје шећерана састоји се од одређеног броја великих и малих произвођача који репом снабдевају више шећерана једног региона. Већина њих пре садње склапа уговоре о преузимању рода само са једном од шећерана. Занемарљив број пољопривредника, због жеље да имају алтернативне изборе, репом тргује уочи

и после вађења из земље. Због тога се може сматрати да је подела сировинског подручја међу шећеранама потпуно одређена и позната унапред.

Да би се дефинисало оптимално распоређивање возила за сакупљање шећерне репе приликом снабдевања шећерана у току кампање, оправдано је посматрати снабдевање само једне шећеране шећерном репом са „припадајућег“ дела сировинског подручја током планског периода због тога што шећеране независно послују.

Сировинско подручје шећеране чине засади шећерне репе на њивама различитих величина и довољно потенцијалних места за одлагање. За време кампање, док репа сазрева, њиве се обрађују део по део, док се извађена репа одлаже на места за одлагање на најближим обрађеним њивама. Време жетве и складиштења одређују сами пољопривредници, док сакупљањем ускладиштене репе управља шећерана у складу са складишним и производним капацитетима [122] [123]. Процес сакупљања шећерне репе приказан је на Слици 6.



Слика 6 Сировинско и производно подручје шећеране [124]

Шећерна репа се може сматрати типичним примером пољопривредног производа чији квалитет временом опада, док поступак сакупљања извађене зреле репе у потпуности одговара проблему MTVSPFCD.

4.5.3 Експериментална подешавања

Подешавања параметара транспортне мреже

У оцени перформанси и провери примењивости предложеног хибридног приступа оптимизацијом и симулацијом коришћена су три основна скупа нумеричких примера генерисана на случајан начин, али на основу стварних карактеристика подручја на којима се сакупља репа. Скупови се разликују у броју чворова и укупној тражњи за сакупљањем, као што је приказано у Табели 2. Табела 2 такође садржи почетну количину шећера и удаљеност места за привремено одлагање шећерне репе од депоа. Као што је већ раније поменуто, места за привремено одлагање се у процесу сакупљања шећерне репе зову призме.

Почетни садржај шећера у шећерној репи на свакој призми, изражен у процентима, генерисан је по нормалној расподели $N(20.43, 1.48)$, према [125]. Да би се анализирао утицај садржаја шећера у шећерној репи, формиран су и примери са нижим садржајем шећера по нормалној расподели $N(20, 0.5)$. Почетни садржаји шећера генеришу се само једном и непроменљиви су у свим примерима, као што је приказано у Табели 2. Усвојено је да сахароза на дневном нивоу опада 1%, 2% и 5%, од којих су прве две уобичајене вредности, док се трећа сматра екстремном.

Табела 2 Основни скупови нумеричких примера са бројем чворова, транспортном тражњом, почетним садржајем шећера и удаљеностима од депоа

Чворови	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Укупан број тражених путовања
Скуп 1	10	8	6	11	5						40
Скуп 2	19	16	17	16	14	18	20				120
Скуп 3	22	25	21	18	20	16	15	23	16	24	200
Почетни садржај шећера (%) на основу $N(20.43, 1.48)$	22.955	21.399	22.229	19.816	23.338	21.502	19.158	19.347	20.898	19.475	-
Почетни садржај шећера (%) на основу $N(20, 0.5)$	19.561	20.664	19.501	20.377	19.903	19.752	20.605	19.827	20.047	21.035	-
Растојања до депоа (km) на основу $U(10, 30)$	11	18	25	18	15	12	20	11	18	14	-
Растојања до депоа (km) на основу $U(10, 60)$	18	47	56	60	11	22	35	47	37	13	-

Растојања од депоа до чворова (km) генеришу се по равномерној расподели у две варијанте, $U(10, 30)$ и $U(10, 60)$. Слично почетном садржају шећера, удаљености од депоа такође се генеришу само једном и непроменљиви су у свим случајевима, како је приказано у Табели 2. Брзине кретања возила (km/h) такође се генеришу по равномерној расподели $U(30, 40)$ и $U(40, 50)$ за натоварена и празна возила, редом. Времена опслуге одговарају стварним вредностима које су дали *Žitňák* и *Korenko* [126] и *Asadi* [85]. По угледу на те радове усвојено је да време утовара возила има лог-нормалну расподелу са параметрима $\mu = 11.67$, $\sigma = 4.53$, време истовара је нормално расподељено са параметрима $\mu = 8$, $\sigma = 1.6$, време вагања је нормално расподељено са параметрима $\mu = 1.93$, $\sigma = 0.2$, и коначно, време узорковања је такође нормално расподељено са параметрима $\mu = 1.92$, $\sigma = 0.2$.

Активности путовања и времена опслуге с познатим расподелама вероватноћа њиховог трајања генеришу се Монте Карло методом. Тачније, времена трајања активности транспорта моделирају се FLEXSIM процесорским објектима типа "задржавање", док се времена трајања активности утовара/истовара и узорковања моделирају FLEXSIM објектима Queue и Processor, при чему су Processor објекти типа "заузимање, задржавање, ослобађање". Време које је ентитет (возило као Flow Item у FLEXSIM-у) провео на објекту Processor генерисано је из познатих расподела вероватноћа, док време чекања у реду настаје као резултат одвијања симулације.

Разматран је депо са два или три канала за истовар, уз један канал за узорковање у оба случаја, док на призмама постоји један канал за утовар. Комбиновањем основних скупова са додатним карактеристикама добијају се

инстанце проблема. Једна могућа инстанца гласи: Скуп 2 - почетни шећер $N(20.43, 1.48)$ - губитак сахарозе 2% - растојања $U(10, 30)$.

Сви примери су решени за случајеве без прераспоређивања и са прераспоређивањем возила након 6, 12 и 24 сата. И док су у симулационом моделу коришћене одговарајуће расподеле вероватноћа, у примени SA алгоритма коришћене су средње вредности улазних параметара.

Подешавања параметара SA алгоритма

Вредности параметара самог SA алгоритма могу утицати на квалитет решења. У фази испитивања извршени су тестови на основу којих је подешен параметар τ_0 , тј. почетна температура. Претходно је параметру L задата вредност 6 пута већа од броја призми, што износи 30, 42 и 60, за 5, 7 и 10 призми, редом. Затим су тестови подешавања параметара изведени на 5 случајно изабраних инстанци. За сваки тај случај, алгоритам је покренут L корака, на основу чега је израчунато просечно погоршање функције циља и изабрана вероватноћа прихватања $p_0 \in \{0.5, 0.8\}$. Добијене вредности за почетну температуру су $\tau_0 \in \{13, 40\}$, према формули $\tau_0 = -\frac{\Delta}{\ln p_0}$. Разматране су три вредности параметра α : 0.9, 0.95 и 0.99. Критеријум заустављања је максималан број понављања који износи $3 \sum_{i \in N} n_i$.

Комбиноване су две наведене вредности вероватноће прихватања, две вредности почетне температуре и три вредности фактора хлађења, што је укупно 12 могућности. У почетним тестовима, скуп параметара $\tau_0 = 40, \alpha = 0.9, p = [0.4, 0.3, 0.3]$ дао је најбољу вредност функције циља. Овај скуп параметара, заједно са осталим дефинисаним параметрима, коришћен је даље у нумеричким експериментима.

4.5.4 Експериментални резултати

У овом поглављу приказани су рачунски резултати испитивања предложеног хибридног приступа оптимизацијом и симулацијом за скуп инстанци проблема.

Развијени модел и SA алгоритам кодирани су у програмском језику MATLAB 7.6.0. а решавани су на 64-битном рачунару 3,20 GHz Intel Core i5-3470 са 8 GB RAM. Симулациони модел развијен је у софтверу FLEXSIM 3.04 који ради на виртуелној машини под Windows XP оперативним системом са 8 GB RAM и 4 64-битна процесора 2.3 GHz Intel Core i7-4712.

Пре него што се пређе на анализу експерименталних резултата, још једно питање везано за развој и тестирање SA алгоритма треба да се појасни. Пошто се изабере врста околине тренутног решења, у приказаном SA алгоритму формира се и проверава само једно суседно решење. Међутим, претходно су извршена тестирања SA алгоритма који систематски претражује изабрану околину, а која нису приказана у овој тези. Околина је систематски претраживана тако што се прихватало, у једном случају прво боље решење у односу на тренутно, у другом се тражило најбоље у целој околини. Међутим, нису добијени значајно бољи

резултати. Развијени SA алгоритам са систематском претрагом околине дао је решења која су незнатно боља у поређењу са решењима добијеним применом SA алгоритма без систематске претраге, а захтевао је много дуже рачунарско време. Разлог може да лежи у следећем. У раду је објашњено да се свако привремено место за одлагање обично посети више пута. Трајање тих обилазака је исто, а то важи за свако место у сировинском подручју. То значи да се приликом претраживања околине тренутног решења, због понављања вредности, могу наћи иста решења, која смањују сложеност проблема и, као што су тестови показали, није било неопходно систематско оцењивање суседног решења.

Нека је дат илустративни пример који садржи 5 места за одлагање производа чија су растојања до шећеране различита. Нека та места треба обићи 8, 4, 7, 10 и 11 пута, редом, укупно 40 пута. Укупно је $40!$ пермутација које се могу формирати од ових 40 елемената. Пошто обиласци сваког од тих места имају исто трајање, то значи да међу пермутацијама има понављања. Укупан број различитих пермутовања ових елемената је $\frac{40!}{8! \cdot 4! \cdot 7! \cdot 10! \cdot 11!}$. Јасно је да је због понављања истих дужина путовања област претраге знатно мања. Због те специфичности решавањем проблема непретраживањем околине не губи се много у квалитету решења. Зато је коришћен је стандардни SA алгоритам јер је одговарао проблему разматраном у овом раду.

Први корак у тестирању јесте анализа ефикасности SA алгоритма на основу поређења резултата добијених BILP моделом (14) - (18) и применом SA алгоритма на 12 мањих примера чије су карактеристике дате у Табели 3.

Табела 3 садржи опис инстанци, одговарајућих параметара и редни број инстанци (колоне 1, 2 и 3, редом). Скуп 1 са 5 чворова из Табеле 2 коришћен је за креирање инстанци у којима су изабрана прво 3, затим 4 и на крају свих 5 чворова, док је број одговарајућих путовања смањен душло (цео део када је број путовања непаран број). Ове три могућности комбиноване су са количинама шећера и удаљеностима од чворова до депоа у складу са Табелом 2, чиме се ствара скуп од укупно 12 случајева.

Табела 3 такође садржи оптималну количину сакупљеног шећера S_{opt} , укупно време потребно за креирање и решавање BILP модела, t_{opt}^{TOT} , док t_{opt}^{CPU} (део времена t_{opt}^{TOT}) представља време потребно само за решавање модела. Даље, S_{SA} представља количину шећера сакупљену SA алгоритмом, t_{SA} је време потребно да се инстанца реши SA алгоритмом, RE_S , израчунато формулом $RE_S = 100 \cdot (S_{opt} - S_{SA}) / S_{opt}$, представља релативну грешку генерисану SA алгоритмом, док V_{opt} и V_{SA} представљају број ангажованих возила у оптималном решењу и решењу добијеном SA алгоритмом, редом.

Може се приметити да се количине шећера сакупљене овим два метода разликују врло мало, у просеку 0,365% за свих 12 примера, што је прихватљива разлика која показује тачност предложеног метахеуристичког SA алгоритма. Ефикасност развијеног алгоритма показује се трајањем решавања инстанци, чије се просечне вредности крећу од 0.13 до 0.41 секунду. Знатно дуже времена је потребно да се примери реше помоћу егзактног решавача CPLEX, пре свега зато што креирање BILP модела траје дуго. У колони 5 дато је укупно време креирања и

покретања модела које се креће од 32.06 до 7636.04 секунде, док се само решавање инстанци, дато у колони 6, креће од 0.495 до 244.64 секунде.

Табела 3, такође, указује на зависност између величине инстанце (броја путовања) и времена потребног за добијање решења. Повећањем величине инстанци повећава се и време решавања и време креирања BILP модела. Иако је повећање времена за креирање модела очигледно, повећање времена решавања није тако очигледно, јер је у директној корелацији с претпоставком која се односи на величину флоте "да буде довољно велика". То значи да што је већи број возила, то је веће време креирања модела, као и време решавања, од којих време креирања модела брже расте. Зато је у решавању тест инстанци коришћен број возила добијених SA алгоритмом увећан за један како би се смањило време решавања. Међутим, за проблеме већих димензија, креирање модела веома дуго траје и зато није било могуће задавати временска ограничења у процесу решавања. Другим речима, није могуће доћи до почетка процеса решавања у разумном року. Тако су BILP модел и SA алгоритам упоређивани само на основу резултата добијених на мањим инстанцама из чега је изведен закључак да предложени SA алгоритам даје прихватљиве резултате и да може бити примењен и у случају проблема већих димензија.

Табела 3 Резултати примене егзактног решавача CPLEX и SA алгоритма за решавање скупа примера малих димензија

Скуп	Параметри $\beta=0.01$ $C_d=2$	Пример i	S_{opt}	t_{opt}^{TOT} (s)	t_{opt}^{CPU} (s)	S_{SA}	t_{SA} (s)	RE_S (%)	B_{opt}	B_{SA}
N =3 Чворови 1,2,3 Број путовања 5,4,3	$S_0:N(20.43,1.48)$ $D:U(10,60)$	1	66.66	32.06	0.495	66.41	0.13	0.375	5	5
	$S_0:N(20.43,1.48)$ $D:U(10,30)$	2	66.67	45.57	15.39	66.46	0.13	0.315	3	3
	$S_0:N(20, 0.5)$ $D:U(10,60)$	3	59.64	34.11	0.473	59.42	0.13	0.369	5	5
	$S_0:N(20, 0.5)$ $D:U(10,30)$	4	59.66	35.58	3.52	59.47	0.13	0.318	3	3
N =4 Чворови 1,2,3,4 Број путовања 5,4,3,5	$S_0:N(20.43,1.48)$ $D:U(10,60)$	5	91.38	1763.00	0.425	91.02	0.31	0.394	8	8
	$S_0:N(20.43,1.48)$ $D:R(10,30)$	6	91.40	2039.16	97.32	91.10	0.29	0.328	4	4
	$S_0:N(20, 0.5)$ $D:U(10,60)$	7	85.07	1997.70	0.366	84.72	0.28	0.411	8	8
	$S_0:N(20, 0.5)$ $D:R(10,30)$	8	85.08	1917.79	116.54	84.80	0.26	0.329	4	4
N =5 Чворови 1,2,3,4,5 Број путовања 5,4,3,5,2	$S_0:N(20.43,1.48)$ $D:U(10,60)$	9	103.04	7230.97	0.566	102.64	0.41	0.388	8	8
	$S_0:N(20.43,1.48)$ $D:U(10,30)$	10	103.06	7448.38	244.64	102.67	0.37	0.378	5	4
	$S_0:N(20, 0.5)$ $D:U(10,60)$	11	95.01	7410.66	0.537	94.63	0.41	0.400	8	8
	$S_0:N(20, 0.5)$ $D:U(10,30)$	12	95.03	7636.04	234.79	94.67	0.37	0.379	5	4
Аритметичка средина (%)								0.365	0.167	
Стандардно одступање (%)								0.034	0.389	

Други корак у тестирању јесте решавање сва три скупа нумеричких примера описаних у одељку 4.5.3. Сви нумерички примери проблема решавани су за задату вредност параметра функције циља $\gamma = 1$. Метакхеуристичким оптимизационим приступом одређивани су потребан број возила и план њиховог распоређивања као

могући план сакупљања производа. Времена чекања возила у редовима добијена су применом G/G/c система масовног опслуживања и QTS Plus софтверским алатом. Међутим, како се такав распоред не заснива на стварној реализацији процеса сакупљања, он је измењен коришћењем стварних вредности времена чекања добијених симулацијом процеса сакупљања шећерне репе. Ефекти таквог динамичког и стохастичког распоређивања возила приказани су у Табелама 1-3, приказаним у Прилогу 1.

Пре примене симулационог модела FLEXSIM, било је потребно одредити број понављања симулационих експеримената. Потребан број репликација добијен је на основу анализе излазних резултата почетне студије извшене на случајно одабраној инстанци. Коришћене су две методе које се могу наћи у литератури: графичка метода и метода интервала поверења [127]. Извршено је 100 репликација и израчуната је кумулативна средња вредност за свих 12 излазних променљивих, а резултати су представљени графички у односу на број репликација. Сви добијени графикони су показали да након 20 репликација линије кумулативних средина постају „равне“. Према другој методи, за 20, 50 и 100 репликација одређени су 95% интервали поверења средњих вредности излазних променљивих, као и половине ширина интервала (halfwidths). Свака половина ширине интервала изражена је у процентима у односу на одговарајућу средњу вредност у складу са бројем извршених репликација. Просечне вредности тих процената за све излазне променљиве износе: за 20 репликација 17,91%, за 50 репликација 11,79%, а за 100 репликација 7,87%. Такође, те вредности се могу представити у временској димензији. Повећање броја репликација са 20 на 50 за 17 секунди у просеку смањује половину ширине интервала. Када је број репликација 100, смањење половине ширине је 26 секунди у просеку. За возила која раде 24 сата и имају најчешће до 5 путовања током радног времена, ово није значајна уштеда. Дакле, на основу анализе ових резултата оцењено је да број од 20 понављања сваког симулационог експеримента даје прихватљиву прецизност излазних података симулације.

Табеле 1-3, приказане у Прилогу 1, садрже нумеричке резултате решавања проблема на примерима датим у Табели 2 и описаних у претходном поглављу. Ове три табеле, које се разликују у броју призми ($|N|$), садрже количину сакупљене сахарозе (S_{coll}) добијену помоћу SA алгоритма и применом симулационог модела, у оба случаја са и без прераспоређивања возила. Наведене табеле такође садрже број употребљених возила (V) који је одређен SA алгоритмом, а затим коришћен у симулационом моделу, али такође и увећан број возила потребних за реализацију свих путовања приликом сакупљања производа, утврђен симулацијом. Као показатељ квалитета детерминистичког SA решења, Табеле 1-3 (приказане у Прилогу 1) садрже проценат путовања (W_r) добијен симулацијом, који се може остварити величином возног парка (V). За случај прераспоређивања возила, распоред је мењан након 6, 12 и 24 сата.

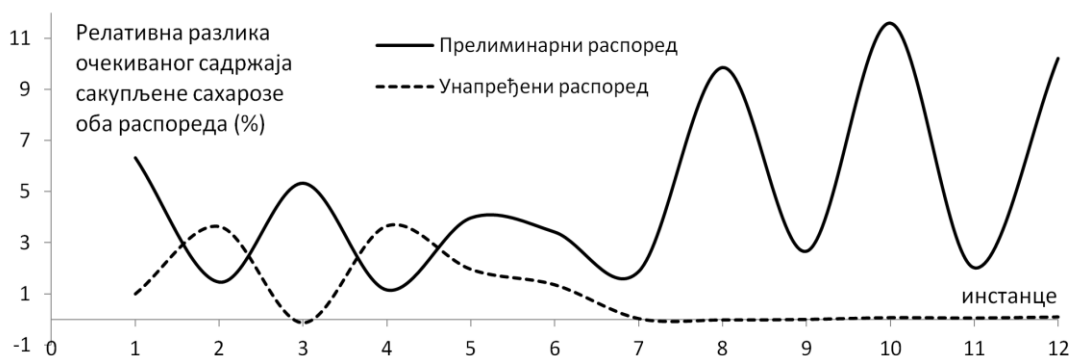
Вредности у наведеним табелама показују утицај стохастичности на детерминистички план распоређивања, који се одражава на број потребних возила, као и на очекивану количину сакупљеног шећера. Тако се величина возног парка након прераспорађивања углавном разликује од броја возила који су првобитно наведени. Такође, када се коригује прелиминарно распоређивање возила преусмеравањем возила на нови подкуп локација, већина тест инстанци показује да

се сакупи већа количина шећера у односу на количину која се очекује у почетном плану сакупљања, посебно за веће нумеричке примере. Из тога следи да прелиминарни план распоређивања возила за сакупљање захтева помоћ симулационог модела како би се оценили неки стохастички параметри и на основу њих био сачињен план распоређивања који може да задовољи захтеве стварног процеса сакупљања.

Параметар одређен симулацијом који описује инфериорност почетног плана распоређивања и неопходност укључивања стохастичности у анализу јесте проценат путовања W_r која су завршена током одређеног временског периода планирања T .

Тако, за веће инстанце (Табеле 2 и 3, приказане у Прилогу 1) вредности W_r (без поновљеног распоређивања) показују да ниједан од почетних планова није изводљив током одређеног времена јер, иако је током симулационог процеса обављен велики број неопходних путовања, нека од њих су остала недовршена. Даље, као што се може видети из резултата, чак и прераспоређени планови сакупљања, који су ближи стварном понашању система, у случају већих нумеричких примера, захтевају корекције да би се решење побољшало и читав скуп путовања завршио.

На основу Табела 1-3 (приказаних у Прилогу 1), може се рећи да прераспоређивање возила побољшава почетни детерминистички план, чинећи га реалистичнијим, а то постаје очигледно у случају сакупљања на подручјима средње величине (Табела 2, Прилог 1), а посебно када је подручје сакупљања велико (Табела 3, Прилог 1). На пример, ако се „степен реалности“ распореда сакупљања посматра као релативна разлика између очекиване сакупљене сахарозе у почетним и прераспоређеним плановима сакупљања, онда се та разлика смањује како је план ближи стварности, као што је приказано на Слици 7. Овде се „степени реалности“ израчунавају из Табеле 3 (Прилог 1) као $100 \frac{(3)-(5)}{(3)}$ и $100 \frac{(17)-(20)}{(17)}$, за почетне и побољшане планове сакупљања, где су (3), (5), (17) и (20) вредности у одговарајућим колонама Табеле 3 (Прилог 1).



Слика 7 "Степен реалности" за случајеве великих области сакупљања

Следеће питање на које треба одговорити јесте колика треба да буде дужина периода пре прераспоређивања возила. Анализирана су три периода од 6, 12 и 24 сата. Може се уочити да они резултати који су ближи стварности одговарају дужем периоду функционисања са прераспоређеним возилима јер прераспоређивање након 6 сати даје боље резултате од стратегије када се распоред промени након 12

сати. У првом случају нови распоред се примењује на преосталих 18 сати, док је у другом само на 12 сати. Пошто је раније прераспоређивање боља стратегија, најбоља могућа стратегија је прераспоредити возила за читав период планирања.

Прераспоређивање возила има велики значај у одређивању величине возног парка у стварним потребама шећерана, мада се због стохостичности процеса сакупљања решење побољшава, када је потребно, повећањем величине возног парка како би се обавила сва потребна путовања. Резултати показују да за малу област сакупљања готово да и није потребно повећавати број возила, док је за средња и велика сировинска подручја то готово увек потребно. У другом случају број додатних возила креће се између 1 и 3, а одговара просечним удаљеностима путовања (чије повећање продужава време путовања) и нивоу коришћења канала опслуживања (већа употреба повећава време чекања).

Да би се проценили ефекти предложеног приступа на квалитет сакупљених производа, тј. на укупну количину сахарозе, анализирани су две групе почетног садржаја шећера и три стопе опадања квалитета од 1%, 2% и 5% (Табела 4).

У Табели 4 приказани су просечни ефекти предложеног хибридног приступа оптимизацијом и симулацијом. За расподелу садржаја сахарозе $N(20.43, 1.48)$, резултати показују да се, чак и за малу област, прераспоређивањем возила очекивана количина сахарозе повећава, и то за 60 kg када је стопа опадања $\beta = 1\%$, а за 180 kg дневно када је стопа опадања $\beta = 5\%$.

За исту расподелу саржаја сахарозе, ефекти прераспоређивања возила на повећање очекиване сакупљене количине сахарозе много су већи у области сакупљања средње величине и крећу се у распону од 6.33 до 6.85 тона дневно. Логично, очекивани ефекти су највећи у случају велике области сакупљања где је пораст сакупљене сахарозе у опсегу од 39.12 до 41.07 тона дневно.

За расподелу садржаја сахарозе $N(20, 0.5)$, очекивано је да границе опсега буду ниже у односу на претходни случај. Одговарајући распони очекиваног повећања количине сахарозе, зависно од брзине опадања квалитета, су [10, 20] kg, [2.83, 2.93] t и [24.53, 37.2] t за мала, средња и велика подручја сакупљања, редом.

Ови резултати показују да се процес сакупљања може побољшати предложеним хибридним приступом оптимизацијом и симулацијом, што указује на велике могућности практичне примене овог приступа.

Што се тиче рачунарског времена, време рада SA алгоритма чак и за велике инстанце није критично и просечно износи 24.18 секунди, а максимално 31.07 секунди. За извршавање симулације са 20 понављања по инстанци такође је потребно кратко време, у просеку 20 секунди.

Табела 4 Просечни ефекти предложеног приступа на повећање сакупљене сахарозе

N =5	Укупни почетни садржај сахарозе на целој мрежи 217.20 t (на основу N(20.43, 1.48) расподеле)			Укупни почетни садржај сахарозе на целој мрежи 200.40 t (на основу N(20, 0.5) расподеле)		
	Стопа опадања квалитета (%)					
Сакупљена сахароза (t)	$\beta=1$	$\beta=2$	$\beta=5$	$\beta=1$	$\beta=2$	$\beta=5$
Без прераспоређивања	216.28	215.49	212.81	199.58	198.76	196.27
Са прераспоређивањем после 6 сати	216.01	215.51	213.01	199.60	198.80	196.43
Са прераспоређивањем после 12 сати	216.32	215.51	212.87	199.61	198.81	196.44
Са прераспоређивањем после 24 сати	216.34	215.39	212.99	199.59	198.70	196.29
N =7	Укупни почетни садржај сахарозе на целој мрежи 642.60 t (на основу N(20.43, 1.48) расподеле)			Укупни почетни садржај сахарозе на целој мрежи 601.53 t (на основу N(20, 0.5) расподеле)		
	Стопа опадања квалитета (%)					
Сакупљена сахароза (t)	$\beta=1$	$\beta=2$	$\beta=5$	$\beta=1$	$\beta=2$	$\beta=5$
Без прераспоређивања	623.98	620.56	613.73	586.12	582.84	575.97
Са прераспоређивањем после 6 сати	639.92	637.20	629.10	598.69	596.27	588.68
Са прераспоређивањем после 12 сати	638.64	637.34	629.29	594.08	596.38	587.92
Са прераспоређивањем после 24 сати	630.31	627.70	620.58	588.95	590.96	578.92
N =10	Укупни почетни садржај сахарозе на целој мрежи 1052.10 t (на основу N(20.43, 1.48) расподеле)			Укупни почетни садржај сахарозе на целој мрежи 1007.01t (на основу N(20, 0.5) расподеле)		
	Стопа опадања квалитета (%)					
Сакупљена сахароза (t)	$\beta=1$	$\beta=2$	$\beta=5$	$\beta=1$	$\beta=2$	$\beta=5$
Без прераспоређивања	996.02	987.98	978.05	965.62	943.70	934.29
Са прераспоређивањем после 6 сати	1035.58	1035.64	1021.02	988.11	991.58	977.90
Са прераспоређивањем после 12 сати	1042.55	1038.28	1023.12	993.78	994.67	981.01
Са прераспоређивањем после 24 сати	1035.14	1032.65	1019.12	990.15	985.87	971.49

5. БАЛАНСИРАНО РАСПОРЕЂИВАЊЕ РЕСУРСА

5.1 Видови балансирања у моделима распоређивања ресурса

Проблеми распоређивања ресурса на задатке често су повезани са захтевима да се обезбеди одређена равнотежа која би омогућила да додела ресурса из угла учесника буде праведна, што значи да процес планирања и доношења одлука не може бити заснован само само на трошковима. Немонетарни чиниоци као што су квалитет услуге, поузданост, задовољство корисника и доследност могу бити пресудни за средњорочни или дугорочни рад, посебно ако се ти чиниоци могу побољшати уз мало додатних трошкова. На пример, у транспорту и логистици, балансирано коришћење носивости возила у флоти може ослободити ресурсе који стварају уска грла што само за себе позитивно утиче на делатности неког транспортног предузећа. Правилно распоређивање радног оптерећења, поред тога што може да утиче на квалитет пружене услуге корисницима, такође може мотивисати возаче да прихвате такве оперативне планове као правичне [2].

У значајне термине везане за балансирање спадају метрика правичности, функција правичности и критеријуми правичности. Метричким вредностима указује се на ресурс који се балансира, функција правичности одређује како се израчунава вредност индекса којим се мери дата расподела ресурса, док се критеријум односи на специфичну комбинацију метрике и функције правичности.

Matl и сар. [2], Karsu и Morton [128], уз још неку економску литературу, наводе да постоји шест уобичајених мера правичности (може се рећи и мера неједнакости). То су: најлошија вредност, лексикографски min-max, распон, средње апсолутно одступање, стандардно одступање и Џини коефицијент (Gini ratio).

Оптимизација најлошије вредности неке карактеристике посматраног ресурса је најједноставнија мера неједнакости. Примери су минимизација максималног радног оптерећења (min-max) у VRP-у, локацијски проблеми p -центра, као и минимизација распона. Лексикографски приступ је природно продужење принципа min-max. Ту се, поред минимизације најлошијег исхода, минимизира и други најгори, трећи најгори, итд. Распон је најједноставнија мера дисперзије и представља

разлику између највеће и најмање вредности неке карактеристике посматраног ресурса. Распон је боља мера од претходне, али њена слабост лежи у томе што описује само однос екстремних вредности без осврта на вредности између њих. И остале мере неједнакости су мере дисперзије. То су средње апсолутно одступање, стандардно одступање и Џини коефицијент (мера економске неједнакости).

У литератури се могу наћи различити видови балансирања приликом решавања проблема распоређивања процеса у вишепроцесорским системима, проблема рутирања возила, проблема паковања и др.

Но и сар. [129], као и Cossari и сар. [130], решавали су проблем распоређивања задатака на вишепроцесорске системе. У оба рада мера радног оптерећења била је "нормализована сума квадрата одступања радног оптерећења" (the normalized sum of square for workload deviations (NSSWD)), а било је потребно распоредити скуп послова на скуп паралелних процесора (машина) тако да се радно оптерећење распореди што је могуће равномерно међу процесорима.

Видови балансирања или постизања правичности разматрани су и у проблемима рутирања возила. Ту се питања правичности најчешће односе на уједначено распоређивање радног оптерећења и уравнотежену употребу ресурса [2]. У такве проблеме рутирања спадају: дво-критеријумски (капацитивни) проблем рутирања возила са уравнотежењем рута (Vehicle Routing Problem With Route Balancing - VRPRB [131], проблем са проширењем претходног модела временским прозорима [132], једнокритеријумски min-max VRP [133], периодични VRP [134], проблеми рутирања на усмереној мрежи [135].

У већини радова о VRP-у усвојена метрика правичности је дужина обиласка, описана удаљеношћу или трајањем. У мањем броју радова радно оптерећење присутно је кроз опслужену тражњу по тури. Две најчешће функције које се користе за мерење праведности решења су највеће радно оптерећење (min-max) и разлика између највећег и најмањег оптерећења (распон). У неколико примена користе се напредније функције, попут стандардног одступања или просечног одступања од средње вредности.

За решавање питања правичности у VRP-у коришћени су различити модели оптимизације. У једнокритеријумским моделима, праведно распоређивање неког ресурса је или примарни циљ или се моделира као ограничење. У двокритеријумским моделима, праведно распоређивање неког ресурса је обавезно један од циљева, па се такав проблем решава вишекритеријумским методама оптимизације. Ако се од критеријумских функција изведе пондерисана сума, користе се методе једнокритеријумске оптимизације. Поред егзактних алгоритама, проблеми су решавани и разним метахеуристичких алгоритмима.

У наредним радовима балансирање је моделирано као циљ. Perugia и сар. [136] планирали су аутобуске услуге за запослене у великом истраживачком центру у Риму. Моделом се оптимизују укупни трошкови и квалитет услуге, мерених као губитак времена путника у поређењу са непосредним путовањем. Правичност захтева огледа се у расподели временских губитака. Colorni и Righini [137] испитивали су утицај минимизирања максималног губитка времена свих путника приликом пружања услуге „назови возњу“ за два града у Италији.

У следећим применама, питања правичности присутна су у ограничењима. Liu и сар. [138] разматрали су планирање логистичких услуга трећих страна за продавнице у Тајвану. Аутори су минимизирали укупну удаљеност путовања поштујући ограничења трајања и оптерећења возила како би се смањило прековремени рад, а и возачи лакше прихватили план вожње. Rienthong и сар. [139] бавили су се услугом мобилне библиотеке на Острву Вајт. Поредно је одредити скуп од m TSP рута за мобилну библиотеку тако да се током планског периода од m дана свака локација посети тачно једном. Балансирање дневног радног оптерећења библиотеке решено је тако што је збиру времена путовања и услуге сваке туре додата горња и доња граница.

Питањима једнакости и равноправности се, такође, може управљати индиректно. Kim и сар. [140] разматрали су сложен VRP са којим се суочава главни добављач услуга управљања отпадом у Сједињеним Државама. Уз минимализацију трошкова, питања правичности која се тичу компактности рута, као и баланса радног оптерећења решена су индиректно, претходним кластеровањем. Keskinurk и Yildirim [141] балансирани су трајање тура дистрибутера пекарских производа оптимизујући просечну релативну неравнотежу.

У наредним потпоглављима биће решавана два транспортна проблема распоређивања ресурса са одговарајућим захтевима правичности.

5.2 Балансирано сакупљање шећерне репе различитих произвођача

5.2.1 Опис проблема и формулација модела

У овом потпоглављу разматра се питање правичности распоређивања возила за сакупљање шећерне репе са аспекта произвођача. Посматран је вишедневни плански период, као и правичност у одређивању редоследа опсуге различитих произвођача по појединим данима унутар планског периода. Наиме, у случају планског периода дужег од једног дана, репа се може преузимати различитим данима, али ће одлагање преузимања, то јест дуже чекање шећерне репе довести до опадања квалитета па ће, следствено томе, произвођачи који су раније опслужени бити привилеговани.

Прецизније, пољопривредници који понуде своју целокупну количину репе на почетку планског периода, продајом репе са већим садржајем шећера остварују већи профит, док други који продају своју репу крајем планског периода због нижег садржаја шећера мање зарађују. Тиме се намеће идеја о потреби обезбеђења равноправности произвођача шећерне репе, која је инспирисана истраживањем [3], мада се приступ примењен у овом раду разликује. Док је концепт једнакости предложен у истраживању [3] заснован на принципу ротације, где жетелац путује од фарме до фарме и сакупља одређени проценат трске, предложени приступ у овој дисертацији подразумева да се током планског периода возила упућују на локације сваког од произвођача тако да сваког дана реализују унапред одређен минимални број тура.

Приликом распоређивања возила за сакупљање шећерне репе уз поштовање једнакости произвођача, губитак сахарозе мерен је на крају сваког дана планског

периода, након што се заврши радно време возила. У том циљу, израз (7) трансформисан је у следећи облик

$$\rho_i(d, r_i) = \begin{cases} \rho_i^0 (1 - \beta)^{d-r_i}, & d \geq r_i \\ 0, & d < r_i \end{cases} \quad (19)$$

где је

D дужина планског периода

d индекс дана $d \in D$ у планском периоду дужине D

β дневни губитак садржаја сахарозе у ускладиштеној репи

r_i индекс дана $r_i \in D$ у планском периоду дужине D када је репа после вађења из земље одложена у чвору i

ρ_i^0 садржај сахарозе у репи одложеној у чвору $i \in N$ која је r_i -тог дана, $r_i \in D$, извађена из земље

$\rho_i(d, r_i)$ садржај сахарозе у репи на дан $d \in D$ планског периода у чвору $i \in N$ у коме је ускладиштена репа r_i -тог дана, $r_i \in D$, извађена из земље.

Очигледно је да неразматрање правичности и једнаког третмана свих произвођача може да узрокује да неки од њих због нижег садржаја шећера као последице дужег чекања остваре нижи профит. У циљу обезбеђења правичности, приказани MTVSPFCD модел је модификован на начин како је то приказано у наставку. Будући да се правичност односи на количине шећерне репе сакупљене на дневном нивоу, редослед обиласка произвођача у току једног истог дана нема значај, па се модел може формулисати као проблем додељивања (assignment).

У формулацији модела којим је уважен захтев за балансирањем, поред претходно коришћених ознака уведене су и следеће:

Индекси

p индекс произвођача шећерне репе $p \in P$ унутар сировинског подручја шећеране

Параметри

Q_m захтевана дневна количина репе неопходна за несметани непрекидни процес производње у шећерани

t_i трајање обиласка чвора i укључујући време путовања, утовар и истовар возила, као и његово мерење

θ_{pd}^{EQ} минимални број обилазака чворова са шећерном репом коју је произвео произвођач $p \in P$ дана d планског периода D

M велики број

φ, ψ позитивни коефицијенти

Бинарне променљиве

$y_{ika} = \begin{cases} 1, & \text{ако се тура } i \text{ извршава дана } d \text{ возилом } k \\ 0, & \text{у супротном} \end{cases}$

$$z_{pd} = \begin{cases} 1, & \text{када је могуће начинити } \theta_{pd}^{EQ} \text{ тура сакупљајући репу произвођача } p \text{ дана } d \\ 0, & \text{у супротном} \end{cases}$$

Скупови

P скуп произвођача шећерне репе унутар сировинског подручја
 $P = \{1, 2, \dots, p, \dots, |P|\}$

n_{pd} скуп чворова мреже $i \in n_{pd} \subseteq N$ на које је дана d одложена шећерна репа произвођача $p \in P$

На основу уведених ознака, математички модел формулисан је на следећи начин:

$$\text{Maximize } \varphi \sum_{d=1}^{|D|} \sum_{k=1}^{|K|} \sum_{i=1}^{|N|} \rho_i^0 (1-\beta)^{d-r_i} y_{ikd} - \psi \sum_{k=1}^{|K|} \left(T_k^A - \sum_{d=1}^{|D|} \sum_{i=1}^{|N|} (t_i^{TE} + t_i^H) y_{ikd} \right) \quad (20)$$

под ограничењима

$$\sum_{d=r_i}^{|D|} \sum_{k=1}^{|K|} y_{ikd} = 1 \quad \forall i \quad (21)$$

$$\sum_{d=1}^{r_i-1} \sum_{k=1}^{|K|} y_{ikd} = 0 \quad \forall i \quad r_i > 1 \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^{|N|} y_{ikd} (t_i^{TE} + t_i^H) \leq T_k^A \quad \forall k \in K \quad \forall d \in D \quad (23)$$

$$q_v \sum_{i=1}^{|N|} \sum_{k=1}^{|K|} y_{ikd} = Q_m \quad \forall d \in D \quad (24)$$

$$|n_{pd}| + 1 - \theta_{pd}^{EQ} \leq M \cdot z_{pd} \quad \forall d = r_i, \forall i \in N, \forall p \in P, \theta_{pd}^{EQ} \neq 0 \quad (25)$$

$$\sum_{i \in n_{pd}} \sum_{k=1}^{|K|} y_{ikd} \geq \theta_{pd}^{EQ} z_{pd} \quad \forall d = r_i, r_i = 1, 2, \dots, D-1, \forall p \in P, \theta_{pd}^{EQ} \neq 0 \quad (26)$$

Циљ предложеног модела (20) - (26) је да се приликом сакупљања шећерне репе обиласком свих чворова мреже $i \in N$ током планског периода D сакупи што више сахарозе користећи најмањи могући број возила. Ограничења (21) обезбеђују да се сваки чвор обилази само једном током целог планског периода, али тек након вађења из земља и одлагања. Ограничења (22) спречавају обилазак чвора мреже пре него што је снабдевен шећерном репом. Ограничења (23) не дозвољавају да се прекорачи радно време возила током целог планског периода. Ограничењима (24) количина репе која се дневно испоручује шећерани одређена је дневном потребном количином за прераду.

Скупом ограничења (25) проверава се могућност извршења унапред утврђеног најмањег броја обилазака чворова сваког произвођача p оног дана планског периода када је репа сакупљена и одложена. Скуп ограничења (26)

обезбеђује да се претходно одређени најнижи број тура обави оног дана планског периода када је репа сакупљена и одложена.

5.2.2 Решавање проблема применом симулираног каљења

Проблем распоређивања возила за сакупљање шећерне репе уз равномерно третирање пољопривредника решен је применом технике симулираног каљења, коришћењем SA алгоритма описаног у четвртом поглављу који је претходно прилагођен специфичностима овог проблема. Прво, развијена је нова процедура за добијање почетног решења. Друго, ту процедуру прати процедура балансирања решења, ако се провером утврди да почетно решење није избалансирано. Тек тада такво решење представља улаз у SA алгоритам. И треће, допустиво решење није одређено само радним временом возила, већ и поштовањем времена (дана) појаве шећерне репе на местима привременог одлагања тзв. призми. У следећим потпоглављима детаљно је описан начин добијања почетног решења, као и начин балансирања решења које није избалансирано.

Приказ решења

Решење проблема представљено је пермутацијом бројева из скупа $\{1, 2, \dots, N\}$ од којих сваки број представља једну тура. Тај низ бројева подељен је у D група, показујући подскупове тура за сваки дан планског периода. Наредно груписање тура је у оквиру произвољног дана планског периода, чиме је возилима одређено који скуп тура обилазе тог дана. Скуп тура који је додељен возилу унутар произвољног дана по дужини трајања не сме да премашу расположиво радно време возила. Овакво решење представља један могући распоред задатака за флоту возила током планског периода.

У Табели 5 дате су вредности параметара једног илустративног примера. Област снабдевања има 3 призме за складиштење репе са 150 тона, 100 тона и 50 тона, редом (Q_{prod}). За дати капацитет возила ($q_v = 25$ тона), свака призма за одлагање се састоји од одређеног броја тура (6, 4 и 2, редом) нумерисаних бројевима од 1 до 12. Табела 5, такође, садржи следеће податке: трајање обиласка, редни број дана када се репа појављује на призми (r_{app}), проценат сахарозе у корену репе (Сахароза).

Табела 5 Вредности параметара илустративног примера

D=3			
	Призма 1	Призма 2	Призма 3
Трајање обиласка (h)	8.6279	4.1245	7.8019
Q_{prod} (t)	150	100	50
Type	1-6	7-10	11-12
r_{app} (дан)	1	2	3
Сахароза (%)	19	18	17

Произвољно допустиво решење приказано је на Слици 8 низом од 12 тура које изводи пет возила. Решење приказује којег је дана тродневног планског периода

активно свако возило и коју секвенцу тура опслужује. Из решења се може видети да возило 5, на пример, обилази секвенцу тура 11, 12, 9, 10 трећег дана планског периода.

5	6	1	2	3	4	8	7	11	12	9	10
Возило 1		Возило 2		Возило 3			Воз 4	Возило 5			
Дан 1				Дан 2				Дан 3			

Слика 8 Приказ решења

Конструкција почетног решења

Почетно решење x_0 добија се применом процедуре у оквиру које се користи и BFD (Best Fit Decreasing) алгоритам (објашњен у четвртој глави). Процедура почиње кораком у којем се из скупа свих тура издвајају оне које су се појавиле првог дана. Без обзира на њихов број, применом BFD алгоритма те туре се пакују у најмањи број возила. Затим се на основу потребног броја тура по дану, а то је N/D тура, одређује подскуп возила, почевши од првог, који не садржи мање од N/D тура. Ако број тура утврђеног подскупа возила прелази потребан број тура по дану, вишак тура се искључује из последњег возила. Подскуп возила са задатим турама представља парцијално решење за тај дан. Остатак тура пребацује се у наредни дан планског периода и заједно се са турама које се појављују тог дана, пакују BFD алгоритмом у минималан број возила. Потом се одређује унија парцијалних решења која представља решење за цео плански период.

То значи да је принцип алгоритма да се посматраног дана све нераспоређене туре у сировинском подручју, којих осим последњег дана планског периода обично увек има више него што је потребно шећерани, BFD алгоритмом спакују у минималан број возила, а онда издвоје возила која садрже бар N/D тура. Затим се, као вишак посматраног дана, туре осталих, неизабраних возила и све нераспоређене туре из ранијих дана пребацују у наредни дан и прикључују турама оног дана за који се одређује наредно парцијално решење. Уместо једноставнијег поступка којим би се одмах на почетку дана изабрао потребан број тура које би BFD алгоритам спаковао, предложеним алгоритмом, где се туре ширег спектра дужина прво пакују, а затим одабира њихов број, постиже се ефикасније паковање тура.

Добијено решење је почетно решење разматраног проблема. Псеудокод предложеног алгоритма за добијање почетног решења, назван Парцијални BFD алгоритам (PBFD), дат је у наставку:

VBFD (N, D , дан доласка тура)

Задавање почетних вредности

Скуп возила $J = \emptyset$

Понављај

$d = d+1$

Корак 1. Одредити скуп тура A које су се појавиле на дан d и, ако је $d > 1$, скуп недодељених тура B преосталих од претходног дана, иначе $B = \emptyset$.

Корак 2. Одредити унију скупова A и B (скуп потенцијалних тура текућег дана).

Корак 3. На унију скупова A и B применити VBFD алгоритам.

Корак 4. Одредити подскуп минималног броја возила J_{\min} који збирно не садржи мање од унапред дефинисаног броја тура $N_{pr} = N/D$, почевши од првог возила.

Корак 5. **Ако** подскуп J_{\min} возила садржи више од N_{pr} тура, **онда** из последњег возила избацити вишак тура.

Корак 6. Одредити $J = J \cup J_{\min}$,

Док је $d \leq D$

Корак 7. Почетно решење $x_0 = J$

Балансирање произвођача

Пошто се добије почетно решење x_0 , прелази се на проверу избалансираности по задатом критеријуму и, по потреби, самом балансирању решења. Пре него што псеудокод тог поступка буде изложен, на једном једноставном примеру биће објашњен сам поступак балансирања. Нека у сировинском подручју постоје 3 призме и 2 произвођача. Први произвођач поседује призме 1 и 2, а други призму 3. Призме 1 и 3 се формирају првог дана, док репа призме 2 долази другог дана. Укупно је 36 тура за цео плански период дужине 3 дана, док се дневно до шећеране превози по 12 тура. Радно време возила је 24 часа. Табела 6 приказује неопходне податке илустративног примера.

Табела 6 Подаци илустративног примера

	Произвођач 1		Произвођач 2
	Призма 1	Призма 2	Призма 3
Редни број призме			
Број тура	12	8	16
Дан појаве репе	1	2	1
Растојања (сати)	7	4	10

Нека је задато да критеријум балансирања буде да од сваког произвођача мора да се покупи најмање 20% тура са његове призме оног дана када се репа на њој појављује. У наведеном примеру минималан број тура произвођача по данима може се приказати следећом матрицом M_1 .

$$M_1 = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

У матрици M_1 врсте означавају дане, а колоне произвођаче. Произвођач 1 има призму 1 са 12 тура која се формира првог дана. Минималних 20% тура, тј. 3 туре уписане су у поље (1,1). Произвођач 1 има и призму 2 са 8 тура, али која се појављује другог дана. Најмања количина за сакупљање, 2 туре, може се видети у пољу (2,1). Произвођач 2 има укупно 16 тура на призми 3, а 20% од тога је 4. Поље (1,2) казује да 4 туре другог произвођача морају бити сакупљене првог дана.

На основу почетног решења овог примера, датог на Слици 9, добијеног процедуром PBFД описаном у претходном потпоглављу, одређена је помоћна матрица расподеле тура по данима M_2 .

$$M_2 = \begin{bmatrix} 0 & 12 \\ 8 & 4 \\ 12 & 0 \end{bmatrix}$$

Матрица M_2 казује да се првог дана узима свих потребних 12 тура од другог произвођача, другог дана 8 тура од првог и 4 туре од другог произвођача, док се трећег дана узима свих 12 тура од првог произвођача. Збир тура по врстама једнак је дневном потребном броју тура, што износи 12, док је збир по колонама једнак броју тура који поседује сваки произвођач (20 и 16, како стоји у Табели 6).

Код избалансираног решења ниједан елемент матрице M_2 није мањи од одговарајућег елемента матрице M_1 . Упоредивањем одговарајућих елемената ових матрица може се закључити да почетно решење није избалансирано. То показује поље (1,1) чија вредности у матрици M_1 казује да се бар 3 туре произвођача 1 морају узети првог дана. Са друге стране, нула на тој позицији у матрици M_2 показује да то решењем није предвиђено.

Балансирање поља (1,1): Посматра се прва вертикала матрице M_2 и у њој распоред тура произвођача 1 по свим данима осим посматраног (првог) дана. Његових 8 тура преузимају се другог дана, док се 12 туре преузимају трећег дана. Некима од њих треба надоместити недостатак обилазака у првом дану. Овде треба водити рачуна да је померање навише дозвољено само оним турама чије су призме формиране најкасније оног дана у који се туре преносе.

Са Слике 9 може се видети да први произвођач у распореду за други дан има 6 тура са призме 1 која се формира првог дана и 2 туре са призме 2 која се формира другог дана. То значи да се 3 неопходне туре могу одабрати само међу оних првих 6 и пренети у први дан. Дакле, неопходне 3 туре повлаче се из другог дана а кретање тура по вертикали бележи се у помоћној матрици M_3 .

$$M_3 = \begin{bmatrix} 0 + 3 & 12 \\ 8 - 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Пошто су нарушени збирови по врстама, потребно је из првог реда узети 3 туре од другог произвођача и додати их онде где недостаје. Од његових 12 тура,

распоређених првог дана, узимају се 3 туре и по другој вертикали „спуштају“ у други дан, дакле на место (2,2). Кретање тура по вертикали надоле може се обављати несметано, јер то значи да се репа преноси у касније дане распореда за сакупљање.

Нова помоћна матрица M_4 гласи:

$$M_4 = \begin{bmatrix} 0 + 3 & 12 - 3 \\ 8 - 3 & 4 + 3 \\ 12 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 5 & 7 \\ 12 & 0 \end{bmatrix}$$

Матрице представљају шеме по којима је почетно решење мењано до коначне избалансираности. Избалансирано решење приказано је на Слици 10. Може се видети да је другог дана распореда возила балансирање увећало број возила за један. То је зато што 3 туре призме 3 пренете у други дан, због своје дужине, захтевају 2 возила, док 3 туре призме 1 представљају једно цело возило, које такво упаковано прелази у први дан. Формирање матрица M_1, \dots, M_4 праћено је одговарајућим променама у запису решења.

Први дан	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3					
	Возило 1			Возило 2			Возило 3			Возило 4			Возило 5			Возило 6	
Други дан	3	3	2	3	3	2	1	1	1	1	1	1					
	Возило 1			Возило 2			Возило 3			Возило 4							
Трећи дан	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2					
	Возило 1			Возило 2			Возило 3										

Слика 9 Неизбалансирано решење илустративног примера

Први дан	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	1	1					
	Возило 1			Возило 2			Возило 3			Возило 4			Воз 5			Возило 6	
Други дан	3	3	2	3	3	2	1	1	1	3	3	3					
	Возило 1			Возило 2			Возило 3			Возило 4			Воз 5				
Трећи дан	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2					
	Возило 1			Возило 2			Возило 3										

Слика 10 Избалансирано решење илустративног примера

Псеудокод процедуре балансирања произвођача дат је у наставку текста. Ознаке d_i и d_k односе се на дане, док се p_j и p_m односе на произвођаче.

Балансирање (x_0)

Корак 1. Одредити матрице M_1 и M_2 .

Корак 2. Одредити поље (d_i, p_j) и његову вредност w која у матрици M_1 има већу вредност него у матрици M_2 . На основу матрице M_2 предузети следеће кораке:

Корак 3. У колони p_j издвојити поља која имају бар једну туру која може да се пренесе у дан d_i , тј. у поље (d_i, p_j) .

Корак 4. Одредити највећи допустиви број тура g међу њима, $g \leq w$, и одговарајуће поље (d_k, p_j) .

Корак 5. Из поља (d_k, p_j) узети g тура и пребацити у поље (d_i, p_j) , (формирање M_3).

Корак 6. У реду d_i одредити произвођача p_m који има највише тура дана d_i .

Корак 7. Из поља (d_i, p_m) се узима g тура и пребације у поље (d_k, p_m) (формирање M_4).

Корак 8. **Ако** је $g \neq w$

$$w := w - g, g := 0, M_2 := M_4$$

тада ићи на Корак 3

Корак 9. **Ако** има неизбалансираних поља **тада** ићи на Корак 2.

Корак 10. Туре које су учествовале у замени, на новом месту упаковати у возила у складу са радним временом.

5.2.3 Примена SA алгоритма на балансирано сакупљање шећерне репе различитих произвођача

Као што је на почетку потпоглавља 5.2 речено, проблем распоређивања возила за сакупљање шећерне репе уз равномерно третирање пољопривредника решен је применом SA алгоритма описаног у четвртој глави, као главног алгоритма. Међутим, развијен је нов начин добијања почетног решења увођењем посебне процедуре. Такође, у складу са посебностима овог проблема, SA алгоритам садржи и процедуру балансирања решења, ако се провером утврди да почетно решење није избалансирано. Уз то, допустивост решења може да буде нарушена не само пробијањем радног времена возила, већ и када се у плану распоређивања одреди да возило обилази призму пре него што се на њој шећерна репа појавила.

У овој примени SA алгоритма правила *swap*, *reversion* и *insertion* коришћена су у складу са особинама овог проблема. Тако се правила *insertion* и *reversion* користе само у оквиру једног истог дана планског периода и то из једноставног разлога. Наиме, применом околине *insertion* једина измена је пребацивање једног елемента решења на друго место. Ако је то друго место у неком другом дану, тада би се нарушио број тура и у једном и у другом дану и решење не би било допустиво. Слично је и са правилем *reversion*. Правило *swap* се користи без тих ограничења, тј. примењује се на цео плански период. Једино његово ограничење је да се неке призме (тј. њихови обиласци), приликом замене места у решењу, не могу враћати уназад у времену ако призма тада физички не постоји.

5.2.4 Анализа резултата

Подешавања параметара SA алгоритма

Вредности параметара SA алгоритма одређени су на начин описан у четвртој глави. Параметар L изима вредност 10 пута већу од броја призми, што износи 50 и 150 за 5 и 10 призми, редом. Тестови подешавања параметара дали су најбољу вредност функције циља за скуп параметара $\tau_0 = 1.17, \alpha = 0.95, p = [0.4, 0.3, 0.3]$. Овај скуп параметара коришћен је у нумеричким експериментима.

Нумерички резултати

Ефикасност развијеног математичког модела и предложеног метахеуристичког приступа испитани су на скупу симулираних примера. Разматран је плански период дужине три дана. Креиране су две групе примера са дневном производњом шећеране од 1000 и 7000 тона у просеку, са 10 и 50 примера, редом. Вредност од 7000 тона одговара типичној дневној производњи шећерана у Србији, али и у већини европских земаља. Ове вредности представљају и дневну количину којом се шећерана снабдева, као и минимални капацитет складишта шећеране. Радно време свих возила је 24 сата. Возни парк је хомоген са капацитетом возила од 25 тона. Сви примери односе се на мреже призми за одлагање шећерне репе са којих се снабдева једна шећерана, слично мрежи приказаној на Слици 6. Раздаљине између шећеране и призми дефинисане су у временском домену и представљају укупно време потребно за реализацију тура. Те вредности су случајно генерисане по равномерној расподели $U[4, 10]$. То значи да се трајање обиласка посматра збирно, а не кроз појединачна времена појединих радњи које га чине (празна возња, возња са теретом, чекање у реду, вагање итд.). Број призми у мањим случајевима (за дневну производњу од 1000 тона) је 5, док је у случају веће дневне производње (од 7000 тона) број призми 15. Просечна количина шећерне репе на призмама израчунава се као количник количине репе потребне за цео плански период и броја призми. Та вредност је, од призме до призме, случајно повећавана за 100 тона, смањивана за 100 тона или јој није мењана вредност и тако су дефинисане стварне количине на призмама у сировинском подручју. Процент сахарозе је случајно генерисан по равномерној расподели $U[13, 22]\%$, док је усвојено да су дневни губици сахарозе 1,2%. Репа се складишти на призмама произвољног дана планског периода. Редни број дана r_i планског периода дужине D у коме се репа одлаже на призму i јесте једна реализација вредности случајне променљиве R_i која узима целобројне вредности из интервала $[1, D]$ по следећем закону расподеле (27).

$$p_{r_i} = \frac{e^{D-r_i+1}}{\sum_{t=1}^D e^t} \quad r_i = 1, \dots, D \quad (27)$$

Балансирање произвођача мерено је параметром θ тј. минималним процентом броја тура (количине репе) који мора бити преузет планом сакупљања оног дана када је призма формирана као складиште репе. Разматране су две вредности за θ , $\theta = 20\%$ и $\theta = 30\%$.

Усвојено је да постоје 3 произвођача и да сваки од њих редом поседује 2, 2, 1 призму у случају малих примера са 5 призми, односно 7, 5, 3 призме у случају великих примера са 15 призми.

Број понављања алгоритма је 250 и 1000, за мале и велике нумеричке примере, редом. Све инстанце решене су егзактним решавачем CPLEX 12.2 на 64-битном рачунару 3.20 GHz Intel Core i5-3470 са 8 GB RAM меморије. Сви алгоритми су кодирани у програмском језику МАТЛАБ 7.6.0.

Примери са дневном производњом од 1000 тона решени су оптимално, уз помоћ егзактног решавача и SA метахеуристичком, у оба случаја са ограничењима балансирања, као и без њих. Помоћу ових случајева првенствено су анализирани перформансе предложене метахеуристике, али се на њима може показати и утицај ограничења једнакости. Генерисано је 10 мањих примера са дневном производњом од 1000 тона, са по 5 складишних призми (2, 2, 1 призма по произвођачу, редом). Усвојене су две вредности за θ , 20% и 30%. Резултати који одговарају малим примерима приказани су у Табелама 7-9.

Табеле 7-9 садрже следеће величине добијене егзактним решавачем (у индексу имају opt) и метахеуристички (у индексу имају SA): количину сакупљене сахарозе S_{opt} и S_{SA} , број возила V_{opt} и V_{SA} , време рада рачунара CPU_{opt} и CPU_{SA} , као и разлике у количини сакупљеног шећера $S_{opt} - S_{SA}$. Такође, дате су просечне вредности, стандардна одступања, најмање и највеће вредности ових величина. Све три табеле (осма колона) показују да разлике у количинама сакупљеног шећера добијене егзактним решавачем и метахеуристичким алгоритмом или не постоје или су веома мале. Просечне вредности разлика износе 0.002732, 0.004842 и 0.003126, за све три табеле, редом. Релативне разлике, које нису наведене, су још мањег реда величина, што указује на то да развијени алгоритам даје резултате врло блиске оптималним. Такође, у све три табеле број возила добијен метахеуристичким алгоритмом за сваки нумерички пример једнак је оптималном броју возила.

Утицај ограничења једнакости може се видети упоређивањем просечних вредности сакупљеног шећера у све три табеле. Логично је да се онда када нема додатних ограничења једнакости сакупи више шећера него у случају када распоред треба сачинити уз додатна ограничења као што су ограничења једнакости. У складу са тиме, највећа просечна сакупљена количина шећера налази се у Табели 7 (друга колона). Такође, у случају када се шећерна репа сакупља балансирано, повећање минималног броја тура које треба сакупити од сваког произвођача тј. повећање најмањег процента количине репе одређеног произвођача са $\theta=20\%$ на $\theta=30\%$ доводи до додатног смањења просечне вредности сакупљене репе (друга колона Табеле 8 и Табеле 9). Поређењем треће и шесте колоне свих табела види се да балансирано сакупљање шећерне репе није захтевало додатна возила ни у једном нумеричком примеру.

Ефикасност развијеног SA алгоритма потврђује се дужином трајања решавања инстанци датим у седмој колони (Табеле 7-9), а чије просечне вредности износе 9.89, 14.95 и 15.26 секунди, редом. Време потребно да се примери реше помоћу решавача CPLEX, приказано у четвртој колони, знатно је дуже и креће се у просеку 101.86, 229.82 и 266.06 секунди, редом. Међутим, уз просечна времена рада решавача треба навести и најкраће и најдуже време решавања, а она износе 32.03 и 1343.33 секунде.

Табела 7 Перформансе предложеног метода моделирања без ограничења једнакости произвођача (1000 t дневне производње)

Нумерички примери	$S_{opt}(t)$	B_{opt}	$CPU_{opt}(s)$	$S_{SA}(t)$	B_{SA}	$CPU_{SA}(s)$	$S_{opt} - S_{SA}$
1	513.853872	39	61.75	513.853872	39	10.20	0
2	481.715736	31	71.41	481.715736	31	9.53	0
3	603.674784	66	90.63	603.674784	66	9.77	0
4	526.971856	46	38.47	526.957012	46	9.54	0.014844
5	525.134552	40	67.21	525.134552	40	9.59	0
6	574.718224	58	500.27	574.718224	58	10.32	0
7	473.972912	36	79.58	473.969912	36	10.19	0.003
8	535.204	51	32.03	535.204	51	9.81	0
9	534.88352	34	38.51	534.88352	34	10.45	0
10	524.24608	42	38.76	524.2366	42	9.53	0.00948
аритметичка средина	529.4375536	44.3	101.86	529.4348212	44.3	9.89	0.002732
стандардно одступање	36.43145935	10.54	134.16	36.43215197	10.54	0.36	0.004945
највећа вредност	603.674784	66	500.27	603.674784	66	10.45	0.014844
најмања вредност	473.972912	31	32.03	473.969912	31	9.53	0

Табела 8 Перформансе предложеног метода моделирања са ограничењима једнакости произвођача (1000 t дневне производње, $\theta=20\%$)

Нумерички примери	$S_{opt}(t)$	B_{opt}	$CPU_{opt}(s)$	$S_{SA}(t)$	B_{SA}	$CPU_{SA}(s)$	$S_{opt} - S_{SA}$
1	513.853872	39	144.64	513.853872	39	14.77	0
2	481.688736	31	139.48	481.688736	31	15.17	0
3	603.597108	66	104.74	603.5941425	66	15.15	0.002966
4	526.948	46	123.34	526.929904	46	14.66	0.018096
5	525.104552	40	162.13	525.098552	40	14.61	0.006
6	574.706224	58	1303.81	574.700824	58	14.99	0.0054
7	473.972912	36	95.91	473.969912	36	15.45	0.003
8	535.204	51	79.56	535.204	51	14.84	0
9	534.88352	34	49.84	534.88352	34	15.08	0
10	524.24056	42	94.78	524.2276	42	14.72	0.01296
аритметичка средина	529.4199484	44.3	229.82	529.4151063	44.3	14.95	0.004842
стандардно одступање	36.41827575	10.54	359.38	36.41783571	10.54	0.27	0.005864
највећа вредност	603.597108	66	1303.81	603.5941425	66	15.45	0.018096
најмања вредност	473.972912	31	49.84	473.969912	31	14.61	0

И док најкраће време рада решавача од пола минута није критично, максимално време рада од преко 20 минута указује на то да чак и примери мањих димензија могу трошити доста рачинарског времена и тиме захтевати примену метахеуристичког алгорита на решавање датог проблема.

Поређењем резултата добијених егзактним решавачем и SA алгоритмом на мањим инстанцама може се очекивати да предложени SA алгоритам пружи прихватљиве резултате и у случају проблема већих димензија.

Табела 9 Перформансе предложеног метода моделирања са ограничењима једнакости произвођача (1000 t дневне производње, $\theta=30\%$)

Нумерички примери	$S_{opt}(t)$	B_{opt}	$CPU_{opt}(s)$	$S_{SA}(t)$	B_{SA}	$CPU_{SA}(s)$	$S_{opt} - S_{SA}$
1	513.853872	39	145.27	513.853872	39	14.88	0
2	481.64616	31	178.63	481.640268	31	15.03	0.005892
3	603.570288	66	234.85	603.570288	66	15.26	0
4	526.8511	46	130.69	526.850536	46	15.44	0.000564
5	525.077552	40	275.05	525.066824	40	15.64	0.010728
6	574.6606	58	1343.33	574.659448	58	15.70	0.001152
7	473.972912	36	104.74	473.969912	36	15.29	0.003
8	535.196836	51	88.13	535.196836	51	15.50	0
9	534.86852	34	54.72	534.86852	34	14.89	0
10	524.23456	42	105.23	524.224636	42	15.00	0.009924
аритметичка средина	529.39324	44.3	266.06	529.390114	44.3	15.26	0.003126
стандардно одступање	36.41345456	10.54	364.74	36.4148124	10.54	0.30	0.004015
највећа вредност	603.570288	66	1343.33	603.570288	66	15.70	0.010728
најмања вредност	473.972912	31	54.72	473.969912	31	14.88	0

Примери засновани на дневној производњи од 7000 тона одговарају реалном систему снабдевања шећерана шећерном репом. Анализа проблема реалних димензија односи се на перформансе везане за хеуристичко распоређивање возила за сакупљање шећерне репе са и без балансирања, као и на губитак почетне количине шећера који се јавља као последица одлагања испоруке шећерне репе са призми због ограничења капацитета прераде шећерана и расположивог простора за одлагање. Генерисано је 50 реалних примера са просечном дневном производњом од 7000 тона. Губитак почетне количине шећера за сва три случаја (без балансирања – када се не разматра принцип праведности и једнакости, са балансирањем и вредношћу $\theta=20\%$ и са балансирањем и вредношћу $\theta=30\%$) приказан је у Табели 10. Дате су просечне вредности и стандардна одступања губитка сахарозе у шећерној репи у односу на почетну количину, изазваног реализацијом утврђеног оптималног плана сакупљања. Губици су описани разликом између почетне количине шећера S_0

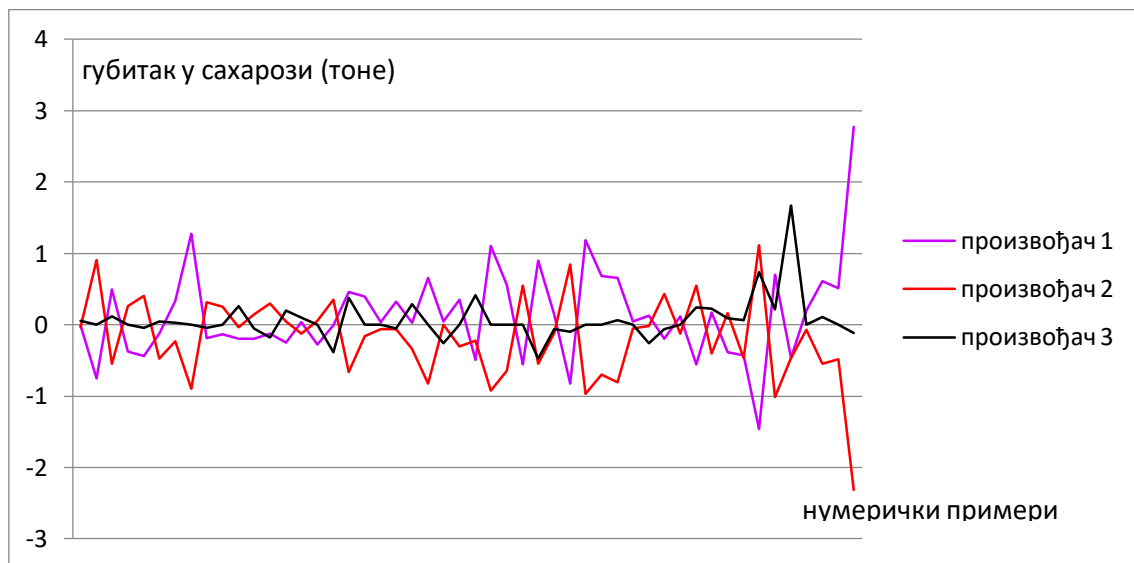
и количине шећера сакупљене на крају планског периода S_{SA} ($S_0 - S_{SA}$) израженом у тонама, као и релативном разликом тих величина $\frac{S_0 - S_{SA}}{S_0}$ израженом у процентима.

Табела 10 Губитак сахарозе у односу на почетну количину (7000 t дневне производње)

Губитак шећера	Без балансирања		Са балансирањем $\theta=20\%$		Са балансирањем $\theta=30\%$	
	$S_0 - S_{SA}$ (t)	$\frac{S_0 - S_{SA}}{S_0}$ (%)	$S_0 - S_{SA}$ (t)	$\frac{S_0 - S_{SA}}{S_0}$ (%)	$S_0 - S_{SA}$ (t)	$\frac{S_0 - S_{SA}}{S_0}$ (%)
Аритметичка средина	24.94278	0.658638	24.956338	0.659041	25.02447	0.6608108
Стандардно одступање	5.918211	0.1492	5.924088	0.149494	5.91314	0.149154

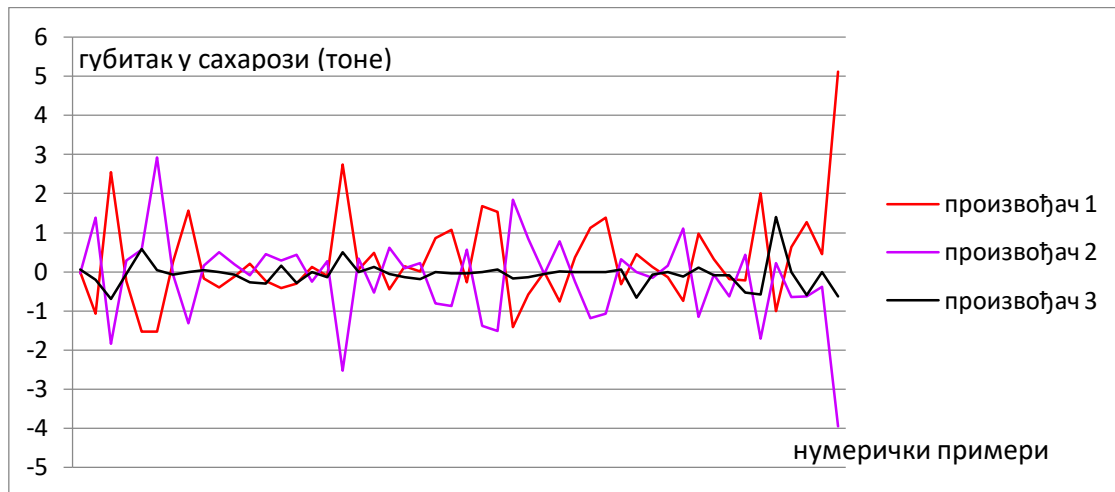
Губици шећера су видљиви у сва три случаја и најмањи су онда када нема балансираног сакупљања шећерне репе. Када се произвођачи третирају равноправно, губици шећера су већи за већу вредност θ , што се може видети поређењем четврте и шесте, као и пете и седме колоне. Очигледно је да понашање модела добро прати главну идеју и да показује "цену" једнакости кроз смањење садржаја сахарозе онда када приморава на правичност при сакупљању репе у власништву различитих произвођача.

Ефекти балансирања у сакупљању репе приказани су и графичким поређењем количина сакупљене сахарозе по произвођачу без ограничења балансирања и са ограничењима балансирања. Смањење укупне количине садржаја сахарозе по произвођачу на који утичу принципи правичности приказано је на Слици 11 ($\theta=20\%$) и Слици 12 ($\theta=30\%$). Израчунава се као $S_p - S_p^{EQ}$, изражено у тонама, где S_p и S_p^{EQ} представљају сакупљене количине шећера произвођача p ($p=1,2,3$) без и са ограничењима једнакости, редом.



Слика 11 Губитак у сахарози по произвођачу за $\theta=20\%$

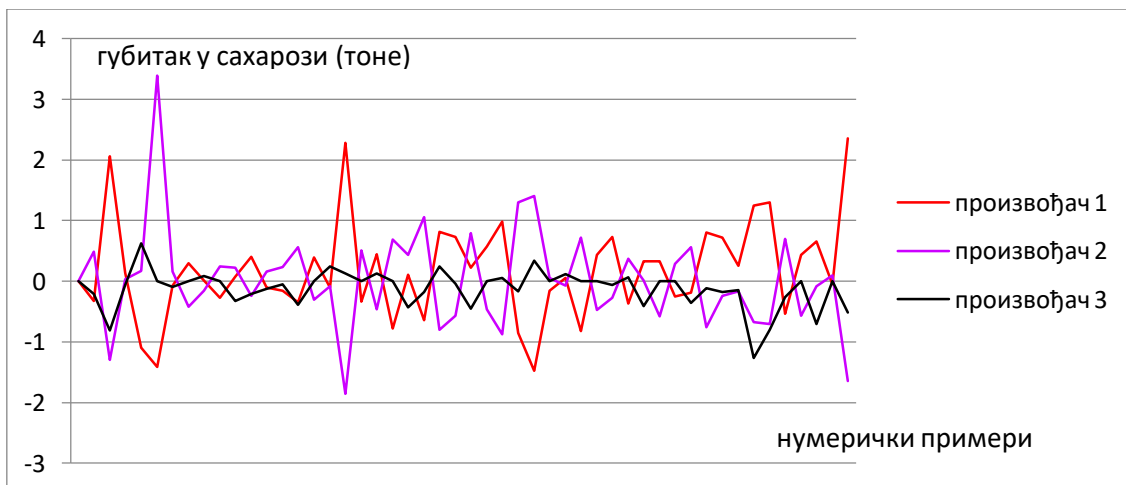
Може се видети да су вредности губитака сахарозе произвољног произвођача и позитивне и негативне, са ретким изузецима када их нема. Принцип правичности утиче на оптимално распоређивање сакупљања тако што неким произвођачима смањује сакупљену количину сахарозе, што указује на тачке којима одговарају позитивне вредности губитака, док се за остале повећава количина, што је приказано тачкама у делу графика где је смањење сахарозе негативно. Постоји неколико случајева када је произвођач задржао вредност сакупљене сахарозе. Графикони показују како се ограничењима једнакости балансира оптимални план сакупљања репе.



Слика 12 Губитак у сахарози по произвођачу за $\theta=30\%$

Дакле, нов избалансиран план за одређеног произвођача, „оштећеног“ старим планом сакупљања, побољшава се у односу на стари за одређени број тура, док се та иста количина у неком односу расподељује на остале произвођаче (не нужно на оба) тако што се сакупљање одложи за неки други дан у односу на ранији план.

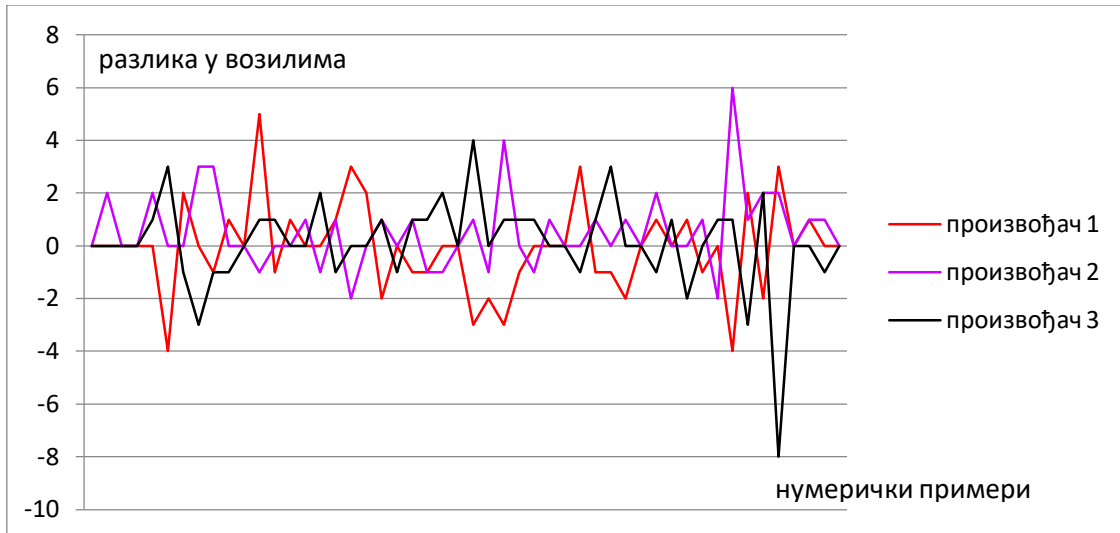
На Слици 13 приказан је губитак (промена) у сахарози по произвођачу онда када се вредност θ са 20% повећа на 30%.



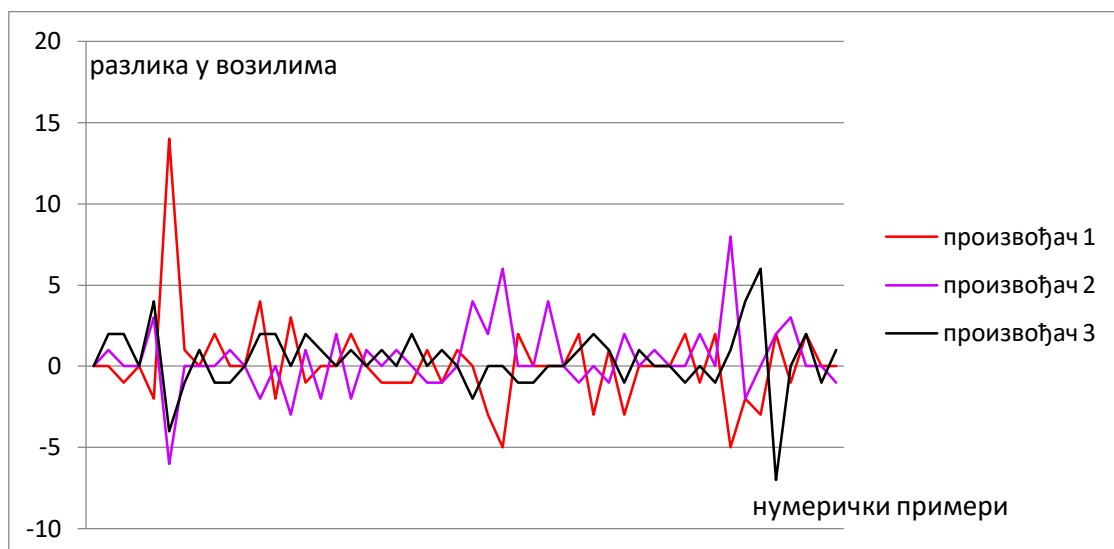
Слика 13 Губитак у сахарози по произвођачу за повећање вредности са $\theta=20\%$ на $\theta=30\%$

Као и на претходна два графика, може се видети да су те промене и позитивне и негативне. Строжије балансирање састоји се у додатној прерасподели одређених количина репе, тако што се неким произвођачима одложи сакупљање одређених количина репе, да би се од неких других у новом избалансираном плану превоза узело.

На Сликама 14 и 15 могу се видети графици који показују промену броја возила по произвођачу увођењем ограничења балансирања за обе вредности, редом.



Слика 14 Расподела разлике у возилима за $\theta=20\%$



Слика 15 Расподела разлике у возилима за $\theta=30\%$

Као и код разлике у количини шећера изазване балансирањем, разлика у броју возила има и позитивне и негативне вредности, тј. балансирањем се за неке произвођаче план превоза обавља већим бројем возила, док се неким смањује број возила, у складу са новим балансираним распоредом. Табела 11 показује кретање средњих вредности и стандардног одступања сакупљене количине сахарозе и употребљеног броја возила за извршење плана сакупљања без балансирања, као и са балансирањем за обе вредности θ . У Табели 11 се може видети да се увођењем

балансирања средња сакупљена сахароза смањује, док се средњи број возила повећава. Поопштравањем критеријума балансирања повећањем вредности θ са 20% на 30%, средња вредност сакупљеног шећера додатно се смањује, док се средња вредност броја возила повећава. Табела 11, такође, приказује средње вредности и стандардна одступања времена решавања нумеричких примера за све три варијанте модела. Средње време решавања најмање је за примере без балансирања и износи близу 7 минута, док је за примере са балансирањем потребно нешто дуже време рада рачунара, али оно не прелази 10 минута и прихватљиво је у случају практичне примене алгорита на решавање реалних проблема.

Табела 11 Средња вредност и стандардно одступање количине сахарозе, броја возила и времена решавања за три варијанте модела

Дневна продуктивност 7000 t	Количина сахарозе (t)		Број возила		време решавања (секунде)	
	Средња вредност	Стандардно одступање	Средња вредност	Стандардно одступање	Средња вредност	Стандардно одступање
Без балансирања	3758.057219	173.198651	262.98	16.93	407.29	12.98
Балансирање $\theta=20\%$	3758.043662	173.236035	263.56	16.94	526.38	16.54
Балансирање $\theta=30\%$	3757.975527	173.207107	263.88	16.99	592.03	17.09

У Табели 12 приказане су средње вредности и стандардна одступања количине сакупљене сахарозе по произвођачима за случај без балансирања, као и са балансирањем за обе вредности θ . Ако се сва три модела, без балансирања, са балансирањем за $\theta=20\%$ и са балансирањем за $\theta=30\%$, овим редом посматрају градивно у односу на ниво балансирања, уочава се да строжије балансирање смањује средњу количину сахарозе код првог произвођача (опадање вредности у другој колони), код трећег повећава (раст вредности у четвртој колони), док се код другог уочава да балансирање генерално повећава количину шећера, али више за $\theta=20\%$ него за $\theta=30\%$ (трећа колона). Све заједно је у неку руку и разумљиво, ако се узме у обзир да први произвођач има највећи број призми, чак 7 од 15, и да у већини случајева „прогута“ мале произвођаче, поготово трећег, који поседује само 3 призме. Зато је логично да увођењем балансирања мањи произвођачи буду заступљенији у данима када се њихова репа појављује.

Може се рећи да се балансирање плана сакупљања „плаћа“ смањењем сакупљене количине сахарозе и повећањем броја употребљених возила. Међутим, иако су промене ових величина под утицајем услова балансирања, очигледне, оне ипак нису велике. Сама промена количине сахарозе у случају расподеле количина сахарозе по произвођачима (поређење вредности друге колоне у Табели 12), као и у случају укупне количине сахарозе (Табела 11) мери се килограмима, дакле не прелази тону, а свакако је добро да губитак буде што мањи. Ипак, треба покушати објаснити такву појаву. Један од разлога би могао да се потражи у начину (логици) на који је дефинисан критеријум балансирања. Већ је речено да проценат θ значи минималну обавезну количину репе коју је потребно преузети од сваког произвођача, да не би било „оштећених“, али загарантована количина важи само за тај дан када је репа извађена. Прво, тај услов параметарски може да се мења, па би тако бројчано строжији критеријум од рецимо $\theta=50\%$, у односу на усвојених 20% и

30%, логично довео до измена у плану у виду додатних прераспоређивања тура између произвођача и додатног губитка у сахарози. Међутим, сам критеријум се може шире дефинисати тако да за сваки дан планског периода важе услови балансирања без обзира на дан вађења репе. Тиме би се избегла могућа ситуација у којој је условом балансирања уређено да неки произвођач буде присутан првог дана планског периода, али да се читава преостала количина његове репе сакупља тек последњег дана планског периода, што опет можда није до краја фер. Дакле, има смисла увести такав критеријум којим се контрола успоставља над читавим планским периодом и целокупном количином репе.

Табела 12 Расподела количине сахарозе по произвођачима за све три варијанте модела (7000 t)

Количина сахарозе (t)	Произвођач 1	Произвођач 2	Произвођач 3
Без балансирања			
Средња вредност	1752.069081	1247.265927	758.722212
Стандардно одступање	109.994848	94.191299	65.897431
Балансирање $\theta=20\%$			
Средња вредност	1751.940251	1247.445388	758.765802
Стандардно одступање	109.954204	93.997843	65.827516
Балансирање $\theta=30\%$			
Средња вредност	1751.763149	1247.428142	758.784236
Стандардно одступање	109.936572	93.635622	65.913752

На крају, може се рећи да утицај ограничења једнакости није занемарљив, напротив, веома је важан, јер моделирање овог принципа даје у одређеној мери другачији план превоза у односу на план превоза који не одражава принцип једнакости. Ограничења или услов једнакости произвођача утичу у временском домену на промену расподеле тура на возила добијених без ограничења једнакости. Неким данима у оквиру планског периода ова ограничења појединим произвођачима смањују количину репе која ће бити сакупљена, да би они произвођачи који су тада неповољно распоређени у плану превоза били присутнији кроз повећање количине њихове репе која ће бити сакупљена. Расподеле тура, избалансиране у временском домену са циљем равнопраног и уједначеног прикупљања шећерне репе, различито расподељују сакупљену сахарозу по произвођачима.

Принцип једнакости произвођача може да утиче на укупан број возила за читав плански период или само на број ангажованих возила на дан, без утицаја на укупан број возила за читав плански период.

Може се рећи да је укључивање принципа правичности у процес сакупљања шећерне репе, засновано на уравнотеженом учешћу произвођача, врло перспективан и примењив концепт који може одговорити на захтеве произвођача. То значи да се предложени концепт са ограничењима једнакости може сматрати добрим алатом за дефинисање балансираних планова распоређивања возила.

5.3 Минимизација броја возила са балансирањем радног оптерећења

Ефикасност савременог транспорта и ланаца снабдевања састоји се од планирања распоређивања возила као проблема оптимизације. Распоређивање возила почиње дефинисањем величине возног парка који ће бити ангажован, а наставља се додељивањем тура као активности појединачним возилима.

Оптимизација величине возног парка одговара проблему проналажења минималног броја возила која би током радног времена реализовала све туре према додељеном редоследу. У основи је то проблем паковања (BPP). Међутим, као што је раније наведено, у проблемима са компонентом додељивања, често је важно постићи одређену равнотежу како би додела ресурса из угла учесника била праведна. У распоређивању возила, унапред дефинисане распореде треба уравнотежити постављањем разумних граница сваком оптерећењу, укључујући што сличније могуће секвенце тура, са сличним транспортним растојањима и сакупљеним количинама.

У наредном потпоглављу ће, поред познатог једнодимензионалног проблема паковања, бити наведена додатна ограничења балансирања на основу предложених мера праведности.

5.3.1 Математичка формулација проблема

Оптимизација величине возног парка описује се моделом једнодимензионалног паковања (BPP) [142]. За представљање тог модела бинарног целобројног програмирања уведене су следеће ознаке:

- M скуп тура
- N скуп возила
- i индекс тура
- j индекс возила
- t_i трајање туре i
- T_j радно време возила j
- x_j бинарна променљива која узима вредност 1 ако је возило $j \in N$ део решења, у супротном има вредност 0
- y_{ij} бинарна променљива која је једнака 1 ако возило $j \in N$ обилази туру $i \in M$, у супротном има вредност 0
- M_k $k=1, \dots, 4$, довољно велике константе (big M)

Модел бинарног целобројног програмирања за проблем једнодимензионалног паковања гласи:

$$\min \sum_j x_j \quad (28)$$

под ограничењима

$$\sum_{i \in M} y_{ij} \cdot t_i \leq x_j T_j \quad \forall j \in N \quad (29)$$

$$\sum_{j \in N} y_{ij} = 1 \quad \forall i \in M \quad (30)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \quad x_j \in \{0,1\} \quad \forall i \in M, \forall j \in N \quad (31)$$

Функција циља (28), минимизира величину возног парка, док ограничења (29) обезбеђују да се не премаши радно време произвољног возила додељеним скупом тура. Скуп ограничења (30) осигурава да се свака тура реализује само једном. Ограничењима (31) дефинишу се домени променљивих.

Примарни циљ оптимизације у моделу (28)-(31) је коришћење што је могуће мање возила. Међутим, обраћање пажње само на ефикасност возног парка обично доводи до неуравнотежене доделе тура возилима. Зато је уведен секундарни циљ оптимизације - расподелити активности међу возилима што је могуће равномерније.

Да би се у распоређивање возила увели принципи правичности, стандардна форма ВРР модела (28) - (31) проширена је додатним ограничењима балансирања радног оптерећења возила. Као мера равнотеже усвојен је опсег вредности радног оптерећења као најмањи опсег који садржи сва радна оптерећења. То је разлика између максималног и минималног радног оптерећења возила.

Анализирана су два концепта тих ограничења. У првом, дефинисана су два скупа ограничења (30а) и (30б). За сваки пар возила $u, v \in N$ која фигуришу у решењу, ограничења (30а) ограничавају апсолутну разлику укупног времена неопходног за реализацију свих тура додељених возилима. Ова разлика не сме да буде већа од вредности τ - унапред задатог „прага временске разлике“ [124].

Слично, за сваки пар возила $u, v \in N$ која учествују у решењу, ограничењима (30б) ограничава се апсолутна разлика укупног броја тура додељених возилима. Ова разлика не сме да буде већа од унапред задатог „прага разлике у броју тура“ (δ).

$$\left| \sum_{i \in M} t_i y_{iu} - \sum_{i \in M} t_i y_{iv} \right| \leq \tau + M_1(1 - x_u) + M_2(1 - x_v) \quad \forall u, v \in N, u \neq v \quad (30a)$$

$$\left| \sum_{i \in M} y_{iu} - \sum_{i \in M} y_{iv} \right| \leq \delta + M_3(1 - x_u) + M_4(1 - x_v) \quad \forall u, v \in N, u \neq v \quad (30b)$$

У другом концепту ограничења, којима се балансира оптерећење возила, коришћена је мера која одговара транспортном раду возила израженом у тонским километрима (tkm). Пошто је количина репе која се сакупи током једне туре једнака за сва возила, довољно је разматрати укупно пређено растојање. Како је растојање од шећеране до призме представљено као време путовања, за процену разлике у tkm коју изводе различита возила коришћена су ограничења (30а).

На основу тога, у моделовању правичности у додељивању тура возилима, моделу (28) - (31) су према првом концепту додата ограничења (30а) и (30б), док је

други концепт моделован тако што је модел (28) - (31) проширен само огреничењима (30а).

Ограничења (30а) и (30б) садрже апсолутне вредности разлике што модел чини нелинеарним. Међутим, ови изрази могу бити лако линеаризовани стандардним трансформацијама апсолутних вредности, што ствара групу од четири нова ограничења.

5.3.2 Примена методе променљивих околина на оптимизацију величине возног парка са балансирањем радног оптерећења

За решавање нумеричких примера проблема оптимизације величине возног парка са уравнотеженом употребом возила великих димензија развијен је алгоритам базиран на примени VNS методе. Тачније, коришћена је редукована метода променљивих околина (RVNS).

У развијеном алгоритму решење је представљено као низ свих тура у виду целобројних вредности. Слика 16 показује произвољно решење x са седам обилазака која обављају четири возила у складу са њиховим радним временом. Решење је низ целих бројева који одговарају индексима тура. Ово решење представља један могући распоред возила током произвољног дана планског периода.

4	1	7	5	2	6	3
Возило 1		Воз.2	Возило 3			Воз.4

Слика 16 Кодирање решења

У развијеном алгоритму дефинисане су три околине: замена, уметање и инверзија (swap, insertion и replace, редом). Слично као у другом поглављу, swap правило значи замену два чвора која су произвољно изабрана из текућег решења, правило insertion убацује случајно изабран чвор испред случајно одабране позиције, док правило replace окреће секвенцу чворова између два случајно одабрана чвора.

У овом раду *низ* означава низ тура додељених возилу. Свака тура има одређено трајање које се назива дужина туре, док је укупно време потребно за реализацију скупа свих тура додељених возилу *дужина низа*.

Развијени алгоритам је двофазни. Наиме, алгоритам почиње оптималним паковањем тура у низове додељене возилима, без ограничења балансирања. Затим се највећа разлика дужина низова међу свим паровима низова добијеног решења упоређује са вредношћу одговарајућег прага. Ако разлика није већа, решење се усваја као већ уравнотежено. У супротном, решење постаје улаз у другу фазу алгоритма. Главна идеја друге фазе је смањивање границе максималног оптерећења возила приликом паковања, а заснована је на захтеву да максимални распон дужина низова не буде шири од дате вредности прага

$$\max_i r_i - \min_i r_i \leq \tau \quad (32)$$

где је $r_i, i = 1, \dots, N$ дужина низа i а τ вредност прага.

С обзиром на то да је просечна дужина низа \bar{t}_r , која се рачуна као однос суме дужина свих тура и броја ангажованих возила, $\bar{t}_r = \frac{\sum_i t_i}{B}$, унутар максималног распона дужина низова, овај захтев претвара се у сличан услов

$$\max_i r_i \leq \bar{t}_r + \frac{\tau}{c_1} \quad (33)$$

где је \bar{t}_r просечна дужина низа а c_1 је параметар чија се вредност задаје у зависности од дужина тура.

Друга фаза почиње тако што јој се проследи оптимална вредност броја возила добијена у првој фази, B^* (као и оптимално решење x^*), након чега се та вредност јединично повећава, највише до укупног броја тура. За фиксну величину возног парка, возила се прво пуне према новој, мањој носивости која је једнака десној страни неједнакости (33), а затим се RVNS алгоритмом тражи решење које има ужи максимални опсег дужина низа од најбољег већ пронађеног решења. То значи да нова функција циља постаје максимални распон дужина низова, који треба сузити до вредности која није већа од задатог прага. Итеративно повећање броја возила, уколико је потребно, доводи до смањења просечне дужине низа возила и последично до смањења десне стране неједнакости (33). Друга фаза се завршава када се добије допуштиво решење које испуњава услов (32).

Описани део алгоритма балансира низове према њиховим дужинама. У циљу балансирања низова и према броју тура, заједно са првим условом (33) уведена је одговарајућа неједнакост (34):

$$\max_j T_j \leq \bar{T} + \left\lceil \frac{\delta}{c_2} \right\rceil + 1 \quad (34)$$

где је $T_j, i = 1, \dots, N$ број тура у низу j , \bar{T} је просечан број тура у низу, c_2 је вредност која се задаје у зависности од инстанце, а δ је вредност прага.

Неједнакост (34) додатно утиче на паковање возила ограничавањем броја тура у свакој итерацији друге фазе алгоритма.

У првој фази алгоритма циљ је добијање минималног броја возила која могу да изврше све туре у оквиру свог радног времена, тј. циљ је решавање класичног ВРР проблема. Као функција циља $F_1(x)$ коју треба минимизирати, постављено је укупно неискоришћено радно време свих возила. За добијање почетног решења користи се BFD (Best Fit Decreasing) алгоритам описан у четвртој глави. Псеудокод прве фазе алгоритма RVNS може се описати на следећи начин:

Иницијализација.

Изабери $k_{max}=3$ структуре околине; Нађи почетно решење x BFD алгоритмом;

Постави $x^* := x, F_1^* := F_1(x^*);$

Понављај

(1) $k=1$

(2) **Понављај**

(а) *Размрдавање.* Генериши тачку x' на случајан начин из k -те околине x

(б) *Померање претраге.* **Ако** $F_1(x') < F_1(x^*)$

онда $x^* := x', F_1^* := F_1(x'), k=1$
иначе $k = k + 1$

док је $k \leq k_{max}$

док се не задовољи задати критеријум броја итерација

Ако $\max_i r_i - \min_i r_i \leq \tau$

онда решење је избалансирано

иначе решење је неизбалансирано

У другој фази алгоритма циљ је уравнотежити низове само по њиховој дужини или, и по дужини и по броју тура. Функција циља друге фазе $F_2(x)$ је у оба случаја $F_2(x) = \max_i r_i - \min_i r_i$. У изналагању оптималног решења заснованог на оба ограничења балансирања, услов (34) додат је кораку у којем се возила пуне до новог капацитета $T'_{max} = \bar{t}_r + \frac{\tau}{c_1}$.

Псеудокод друге фазе алгоритма RVNS, којим се балансирају радна оптерећења само по дужини низа, може се описати на следећи начин:

Постави $x = x^*, B = B^*$;

Задај вредности за τ и c_1 ;

Изабери $k_{max}=3$ структуре околине;

Понављај

$B = B + 1; \bar{t}_r = \frac{\sum_i t_i}{B}; T'_{max} = \bar{t}_r + \frac{\tau}{c_1}$; пунити возила до носивости T'_{max} ;

Понављај

(1) $k = 1$

(2) **Понављај**

a. *Размрдавање*. Генериши тачку x' на случајан начин из k -те околине x

b. *Померање претраге*. **Ако** $F_2(x') < F_2(x)$

онда $x = x', F_2(x) = F_2(x'), k = 1$

иначе $k = k + 1$

док је $k \leq k_{max}$

док је $It \leq It_{max}$

Ако $\max_i r_i - \min_i r_i \leq \tau$

онда решење је избалансирано

док је $B \leq B_{max}$ и решење неизбалансирано

5.3.3 Резултати тестирања

Једна од примена VRP модела је и приликом распоређивања возила за сакупљање шећерне репе. Током радног времена, возила посећују скуп призми за складиштење репе у сировинском подручју шећеране. Проблем се састоји у дефинисању низова тура за сва возила тако да се употреби најмањи број возила.

Предложени приступ проверен је на два скупа са по 100 примера креираних на основу процеса сакупљања шећерне репе. Први скуп садржи инстанце мањих величина, са по 7 места за одлагање репе, тзв. призми, насумично распоређених на сировинском подручју. Растојања призми од шећеране одговарају временима

реализација тура случајно генерисаним по равномерној расподели $U(2,8)h$. Укупна дневна транспортна потражња износи 700 тона шећерне репе. Други скуп садржи проблеме реалних димензија. Сировинско подручје има 20 призми, док су растојања случајно генерисана по равномерној расподели $U(3,10)h$. Укупна дневна транспортна потражња је 7000 тона шећерне репе. Радно време возног парка је 24 сата.

Претпоставља се да су вредности константи M_1 и M_2 једнаке радном времену возила, а вредности константи M_3 и M_4 једнаке укупном броју тура.

Вредност параметра c_1 у неједнакости (33) задата је на следећи начин:

$$c_1 = \begin{cases} 1.25, & \bar{t} > 5 \\ 1.5, & 4 < \bar{t} \leq 5 \\ 1.75, & 3 < \bar{t} \leq 4 \\ 2, & \text{у супротном} \end{cases} \quad (35)$$

где је \bar{t} просечна дужина тура посматране инстанце. Вредност параметра c_2 је 2.

Резултати примене модела приказани су у Табелама 1 и 2 (приказаним у Прилогу 2), као и у Табелама 13 и 14. Све наведене табеле садрже следеће ознаке: број тура возила (T), искоришћеност возила (U), број ангажованих возила (B), максимални распон дужине низа (τ_{inst}), максимални опсег броја тура у низовима (δ_{inst}), рачунарско време (t). У наведеним табелама дате су просечне, максималне и минималне вредности величина, наведене у заглављима ових табела.

Табела 13 Утицај балансиране (3а) и небалансиране доделе тура у метахеуристичким решењима за примере великих димензија

N=100 Q=7000t	MinU	MaxU	MinT	MaxT	B	τ_{inst}	δ_{inst}	t
Без балансирања								
Просек	0.5794	0.9987	2.12	5.25	78.02	10.0633	3.13	16.63
Min	0.1450	0.9821	1	4	55	2.6632	1	13.37
Max	0.8851	0.9999	3	7	94	20.4718	5	19.37
$\tau=5$ Са балансирањем (3а)								
Просек	0.8189	0.9986	2.79	5.21	78.02	4.3137	2.42	17.91
Min	0.7890	0.9821	2	4	55	2.5989	1	13.42
Max	0.8897	0.9999	4	7	94	4.9987	5	38.45
$\tau=4$ Са балансирањем (3а)								
Просек	0.8502	0.9984	2.98	5.13	78.02	3.5607	2.15	18.23
Min	0.8218	0.9821	2	4	55	2.5989	1	13.24
Max	0.8897	0.9999	4	7	94	3.9993	4	37.89

Сви алгоритми кодирани су у програмском језику МАТЛАБ 7.6.0. Нумерички примери малих димензија модела решени су коришћењем егзактног решавача CPLEX 12.2 на 64-битном рачунару 3,20 GHz Intel Core i5-3470 са 8 GB RAM.

Табела 14 Утицај балансиране (3a+3b) и небалансиране доделе тура у метахеуристичким решењима за примере великих димензија

N=100 Q=7000t	Са балансирањем (3a+3b)							
	MinU	MaxU	MinT	MaxT	B	τ_{inst}	δ_{inst}	t
$\tau=5 \delta=4$								
Просек	0.8193	0.9986	2.82	5.18	78.02	4.3027	2.36	17.80
Min	0.7890	0.9821	2	4	55	2.5989	1	13.32
Max	0.8897	0.9999	4	7	94	4.9987	4	37.95
$\tau=5 \delta=3$								
Просек	0.8211	0.9986	2.85	5.15	78.02	4.2586	2.3	17.71
Min	0.7890	0.9821	2	4	55	2.5989	1	13.23
Max	0.8897	0.9999	4	6	94	4.9954	3	37.85
$\tau=4 \delta=4$								
Просек	0.8502	0.9984	2.98	5.13	78.02	3.5607	2.15	18.23
Min	0.8218	0.9821	2	4	55	2.5989	1	13.24
Max	0.8897	0.9999	4	7	94	3.9993	4	37.89
$\tau=4 \delta=3$								
Просек	0.8506	0.9984	2.98	5.08	78.02	3.5456	2.1	17.36
Min	0.8218	0.9821	2	4	55	2.5989	1	13.20
Max	0.8909	0.9999	4	6	94	3.9993	3	37.74

Представљени резултати показују да предложени концепт увођења критеријума балансирања у додељивање тура приликом минимизације броја возила као и метода решавања дају веома добре резултате. Развијени алгоритам заснован на RVNS методи показао се као веома ефикасан у решавању случајева малих димензија. Свих 100 примера решено је оптимално. Метахеуристички метод не захтева много времена за решавање, пошто није требало више од 40 секунди за решавање најспорије решене инстанце оба скупа, док је за оптималне резултате максимално утрошено време на решавање 630 секунди.

Када се узме у обзир само један критеријум, а то је ограничени максимални опсег дужине низа, може се видети да смањивање прага сужава опсег просечне искоришћености возила.

За скуп инстанци малих димензија (Табела 1 у Прилогу 2) показује се да, што су ниже вредности прагова (ужи дозвољени опсежи), просечан број ангажованих

возила расте, али мало. То значи да понекад оптималан број возила добијених без балансирања није довољан за испуњавање критеријума балансирања.

У скупу инстанци великих димензија (Табела 13), балансирање распоређивања радног оптерећења не захтева додатна возила. Разлог може бити претпоставка да балансирање иде на рачун слободног времена само неких возила зато што се управља само крајњим вредностима опсега величина. Због тога је логично да је балансирање без додавања нових возила, за исте задате вредности прагова, изводљивије над много већим бројем возила.

У случају оба критеријума, константна вредност једног прага и смањење другог дају нешто мању одговарајућу ширину опсега. На пример, када је $\tau=5$, нижа вредност прага δ сужава опсег просечног додељеног броја тура возилима. Такође, просечна максимална ширина опсега дужине низа, када се не узима у обзир праведан распоред тура између возила, веома је велика, око 20 сати за оба скупа примера (Табела 2 у Прилогу 2 и Табела 14). Због тога су пожељнија решења са равномерно распоређеним радним оптерећењем.

Резултати су показали да се предложени приступ и дефинисани критеријуми могу сматрати добрим кандидатима за обезбеђивање ефикасног механизма балансирања приликом додељивања тура возилима у минимизацији броја возила. Осим опсега радног оптерећења, може се размотрити још нека од постојећих мера растурања као алтернативни критеријум за балансирање.

6. ЗАКЉУЧАК

Распоређивање ресурса у транспортним системима је веома широка област која обухвата и активности у ланцима снабдевања производима који временом губе квалитет. У оквиру тих ланаца снабдевања производи се сакупљају и превозе до места где се или прерађују или продају. Транспорт је потенцијално једна врста уског грла, пошто неефикасност превоза и непредвиђене ситуације узрокују кашњења и чекања возила. Из тих разлога квалитет таквих производа опада, што умањује, како њихову економску вредност, тако и приходе различитих учесника у ланцу снабдевања. Зато се, као веома важан задатак у снабдевању робом чији квалитет опада током времена, поставља ефикасно управљање ланцима снабдевања, тј. повећање квалитета услуге и смањење трошкова. То се може постићи таквим распоређивањем возила на задатке сакупљања, чија би реализација плана сакупљања остваривала најмањи могући губитак квалитета. Број употребљених возила директно утиче на висину трошкова, па је проналажење најмањег броја возила, довољног да испуни захтеве процеса сакупљања, такође, начин смањења трошкова. Уз све то, треба уважити и чињеницу да су активности у транспортним процесу случајног карактера, као и потребу за принципима правичности и равноправности учесника ланаца снабдевања.

За решавање проблема распоређивања најмањег броја возила за сакупљање производа чији квалитет опада током времена, тј. за проналажење оптималног редоследа места на којима су производи привремено одложени и за одређивање тренутака у којима треба посетити та места, максимизујући укупни квалитет сакупљених производа, развијен је MINLP модел, а пошто није било могуће решити га, предложен је апроксимативни MILP модел заснован на партицији скупа (Set Partitioning), помоћу којег су добијене оптималне вредности за проблеме веома малих димензија. Уз то, за решавање проблема већих димензија, развијен је алгоритам на основу технике симулираног каљења.

Како су транспортни процеси стохастичког карактера, оцене времена трајања појединих активности одређиване су прво уз помоћ G/G/c система масовног опслуживања, а затим и помоћу развијеног симулационог модела процеса сакупљања. Та времена коришћена су у распоређивању возила хеуристичком

оптимизацијом. У првом случају, ради се о детерминистичком распоређивању возила, док је у другом случају створен оквир за узастопну примену SA алгоритма и симулационог модела, односно, за један стохастички и динамички приступ, којим се постепено постиже квалитетније распоређивање возила за сакупљање. Ефикасност представљених модела тестирана је на скупу примера који се односе на процес сакупљања шећерне репе. Без обзира на постојање мање или више сличних проблема, за посматрани проблем не може се наћи одговарајући скуп већ креираних инстанци. Зато су нумерички примери случајно генерисани за различите конфигурације мреже, стопе опадања квалитета и интензитета процеса сакупљања.

Поред стохастичког и динамичког решавање проблема, други важан принцип који је усмерио развој модела јесте принцип правичности и равноправности пољопривредника. BILP модел, заснован на партицији скупа, прилагођен је специфичностима овог проблема и формулисан као проблем додељивања (assignment), а уз то су и развијеном SA алгоритму додате потребне процедуре. Модел је, са и без додатних ограничења балансирања, решен оптимално и SA алгоритмом, на два скупа случајно генерисаних примера сакупљања шећерне репе, са различитом дневном продуктивношћу и за две вредности параметра балансирања.

Принцип правичности је, кроз балансирање радног оптерећења, разматран и у оптимизацији величине возног парка. Минимизација броја возила моделирана је BPP моделом, док је балансирање радног оптерећења моделирано додатним ограничењима. За два концепта ограничења, а на примеру сакупљања шећерне репе, проблем је решен оптимално, као и применом двофазног алгоритма развијеног на бази методе променљивих околина.

Емпиријска тестирања су показала да је за решавање проблема већих димензија неопходан хеуристички приступ, пошто су се са порастом димензија проблема смањивале могућности решавања у реалном времену. Резултати тестирања су, такође, показали да развијени хеуристички алгоритми за инстанце, решене оптимално, постижу решења која су, или оптимална, или веома блиска оптималним, док за инстанце великих димензија проналазе решења у прихватљивом рачунарском времену.

Тиме је показано да алгоритми могу успешно да буду примењени у оперативном управљању процесима сакупљања и превоза, као деловима ланца снабдевања производима чији квалитет временом опада, а посебно шећерана шећерном репом током периода кампање.

Равноправно третирање пољопривредника има значајан утицај на избор модела за решавање проблема распоређивања возила, јер моделирање овог принципа, у циљу елиминисања привилегованости појединих произвођача, даје у одређеној мери другачији план превоза у односу на план превоза који не одражава принцип једнакости.

Тakoђе, принцип правичности у додели ресурса, којим се радно оптерећење возила балансира свођењем међусобних разлика међу возилима у дужини трајања путовања и броју додељених тура на разумну меру, има утицаја на доделу тура возилима.

Принцип правичности, када се уважи, одражава жељу да се задрже клијенти и пружи квалитетна логистичка услуга. Зато је укључивање правичности у распоређивање возила за сакупљање врло перспективан и применљив концепт који може одговорити на захтеве произвођача. Из тог разлога се предложени модели, који укључују концепт једнакости могу сматрати добрим алатом за дефинисање балансираних планова распоређивања возила.

Будући правци истраживања могу бити разматрање хетерогеног возног парка, што је чест случај приликом обезбеђивања возила, или моделирање синхронизације процеса жетве/бербе производа чији квалитет опада током времена и процеса сакупљања и транспорта до места за прераду. Тиме би се контролисао већи део ланца снабдевања, што повећава шансу за доношење управљачких одлука бољих од оних које пружа управљање само сакупљањем и транспортом.

Друго, два супротстављена критеријума оптималности, максимизација квалитета сакупљених производа и минимизација броја употребљених возила, у овој тези посматрана су композитно, као један критеријум, па су коришћене методе једнокритеријумске оптимизације. Међутим, та два критеријума могу да се посматрају одвојено, што проблем чини двокритеријумским, те би за решавање проблема морале да се користе методе вишекритеријумске оптимизације.

Што се тиче принципа правичности, иако су резултати показали да се предложени приступ и дефинисани критеријуми могу сматрати добрим кандидатима за обезбеђивање ефикасног балансног механизма приликом распоређивања возила, у будућности би, осим предложених мера, могле бити размотрене и неке друге, било као алтернативни критеријум за балансирање у развијеним моделима, било као додатак постојећим ограничењима. Уз то, принцип правичности, који је у овој тези у свим моделима био изражен кроз ограничења, могао би сам по себи да буде циљ оптимизације, тако што би се минимизирао неки критеријум повезан, на пример, са мерама дисперзије.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] I. Gribkovskaia, B. O. Gullberg, K. J. Hovden and S. W. Wallace, "Optimization model for a livestock collection problem," *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, vol. 36, p. 136-152, 2006.
- [2] P. Matl, R. F. Hartl and T. Vidal, "Workload equity in vehicle routing problems: A survey and analysis," *Transportation Science*, vol. 52, p. 239-260, 2018.
- [3] A. J. Higgins, "Optimizing cane supply decisions within a sugar mill region," *Journal of Scheduling*, vol. 2, p. 229-244, 1999.
- [4] M. Pinedo, *Planning and scheduling in manufacturing and services*, Springer, 2005.
- [5] M. Sretenović, *Mehanizacija pretovara: pretovarne mašine i projektovanje pretovarnih procesa*, Beograd: Univerzitet u Beogradu, 1996.
- [6] H. Gantt, *Work, Wages, and Profits*, Engineering Magazine Co: New York: (Reprinted by Hive Publishing Company: Easton, Maryland, 1973), 1916.
- [7] J. Blazewicz, K. H. Ecker, E. Pesch, G. Schmidt and J. Weglarz, "Definition, Analysis and Classification of Scheduling Problems," in *Handbook on Scheduling. International Handbook on Information Systems*, Berlin, Heidelberg, Springer, 2007.
- [8] E. L. Lawler, J. K. Lenstra, A. Rinnooy Kan and D. B. Shmoys, "Sequencing and scheduling: algorithms and complexity," in *Designing decision support systems notes*, vol. 8903, Eindhoven, Technische Universiteit Eindhoven, 1989.
- [9] M. Pinedo, *Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems*, New York, NY: Springer, 2008.
- [10] V. T'kindt and J.-C. Billaut, *Multicriteria Scheduling*, Springer, 2006.
- [11] E. K. Burke and S. Petrović, "Recent research trends in automated timetabling," *European Journal of Operational Research*, vol. 140, pp. 266-280, 2002.
- [12] T. Schwarzfischer, "Quality and utility-towards a generalization of deadline and anytime scheduling," in *Proceedings of the 13th International Conference on Automated Planning and Scheduling*, Trento, Italy, 2003.
- [13] D. E. Smith, J. Frank and A. K. Jonsson, "Bridging the gap between planning and scheduling," *Knowledge Engineering Review*, pp. 1561-1594, 2000.
- [14] P. Toth and D. Vigo, *The Vehicle Routing Problem*, Philadelphia: SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, 2002.
- [15] J. Dantzig and G. Ramser, "The truck dispatching problem," *Management Science*, vol. 6, no. 1, p. 80-91, 1959.
- [16] B. Fleischmann, "The vehicle routing problem with multiple use of vehicles,"

Forschungsbericht Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Universität Hamburg, 1990.

- [17] D. Cattaruzza, N. Absi and D. Feillet, "Vehicle routing problems with multiple trips," *4OR*, vol. 14, p. 223–259, 2016.
- [18] C. K. Y. Lin, "A vehicle routing problem with pickup and delivery time windows, and coordination of transportable resources," *Computers & Operations Research*, vol. 38, p. 1596–1609, 2011.
- [19] N. A. Wassan and G. Nagy, "Vehicle Routing Problem with Deliveries and Pickups: Modelling Issues and Meta-heuristics Solution Approaches," *International Journal of Transportation*, vol. 2, pp. 95–110, 2014.
- [20] L. Martinez and C. A. Amaya, "A vehicle routing problem with multi-trips and time windows for circular items," *Journal of the Operational Research Society*, vol. 64, p. 1630–1643, 2013.
- [21] B. Cattaruzza, N. Absi, D. Feillet and D. Vigo, "An iterated local search for the multi-commodity multi-trip vehicle routing problem with time windows," *Computers & Operations Research*, vol. 51, pp. 257–267, 2014.
- [22] M. Battarra, M. Monaci and D. Vigo, "An adaptive guidance approach for the heuristic solution of a minimum multiple trip vehicle routing problem," *Computers & Operations Research*, vol. 36, pp. 3041–3050, 2009.
- [23] U. Ritzinger, J. Puchinger and R. F. Hartl, "A survey on dynamic and stochastic vehicle routing problems," *International Journal of Production Research*, vol. 54, p. 215–231, 2016.
- [24] D. Applegate, R. Bixby, V. Chvatal and W. Cook., *The traveling salesman problem: a computational study*, Princeton University Press, 2011.
- [25] R. W. Conway, W. L. Maxwell and L. W. Miller, *Theory of scheduling*, Addison-Wesley Publishing Company, 1967.
- [26] G. Dantzig and D. Fulkerson, "Minimizing the number of tankers to meet a fixed schedule," *Naval Research Logistics Quarterly*, vol. 1, no. 3, p. 217–222, 1954.
- [27] L. Bodin and B. Golden, "Classification in vehicle routing and scheduling," *Networks*, vol. 11, p. 97–108, 1981.
- [28] S. Raff, "Routing and scheduling of vehicles and crews: The state of the art," *Computers & Operations Research*, vol. 10, p. 63–211, 1983.
- [29] S. Bunte and N. Kliewer, "An overview on vehicle scheduling models," *Public Transport*, vol. 1, p. 299–317, 2009.
- [30] R. L. Graham, "Combinatorial Scheduling Theory," in *Mathematics Today Twelve Informal Essays*, L. Steen, Ed., New York, Springer, 1978.
- [31] M. Delorme, M. Iori and S. Martello, "Bin packing and cutting stock problems: Mathematical models and exact algorithms," *European Journal of Operational Research*,

vol. 255, p. 1–20, 2016.

- [32] R. Burkard, M. Dell'Amico and S. Martello, *Assignment Problems*, Philadelphia: SIAM, 2012.
- [33] M. G. Heffner, *A computer based decision support system (DSS) for developing logistic support analysis (LSA) requirements as part of the system engineering process*, Air Force Institute of Technology, Ohio, 1989.
- [34] E. K. P. Chong and S. H. Zak, *An introduction to optimization*, New Jersey: John Wiley & Sons, 2004.
- [35] R. Sarker and C. Newton, *Optimization Modelling: A Practical Approach*, Taylor & Francis Group LLC, 2008.
- [36] E.-G. Talbi, *Metaheuristics From Design to Implementation*, vol. 74, John Wiley & Sons., 2009.
- [37] R. Martí and G. Reinelt, *The Linear Ordering Problem Exact and Heuristic Methods in Combinatorial Optimization*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011.
- [38] F. Glover, "Future paths for integer programming and links to artificial intelligence," *Computers and Operations Research*, vol. 13, no. 5, p. 533–549, 1986.
- [39] D. Cvetković, M. Čangalović, V. Kovačević-Vujičić, Đ. Dugošija, S. Simić and J. Vuleta, *Kombinatorna optimizacija*, DOPIS, 1996.
- [40] C. R. Reeves, *Modern heuristic techniques for combinatorial problems*, NY: John Wiley & Sons, Inc., 1993.
- [41] D. Oliva, M. A. Elaziz and S. Hinojosa, "Metaheuristic Optimization," in *Metaheuristic Algorithms for Image Segmentation: Theory and Applications. Studies in Computational Intelligence*, vol. 825, Springer, Cham, 2019.
- [42] D. Maringer, "Heuristic Optimization," in *Portfolio Management with Heuristic Optimization. Advances in Computational Management Science*, vol. 8, Boston, Springer, 2005, pp. 38-76.
- [43] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt and M. P. Vecchi, "Optimization by simulated annealing," *science*, vol. 220, p. 671–680, 1983.
- [44] N. Mladenović and P. Hansen, "Variable neighborhood search," *Computers & operations research*, vol. 24, p. 1097–1100, 1997.
- [45] M. Mitchell, *An Introduction to Genetic Algorithms*, Cambridge, MA: MIT Press, 1996 .
- [46] M. Dorigo, V. Maniezzo and A. Coloni, "Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics – Part B*, vol. 26 , no. 1, p. 29–41, 1996.
- [47] P. Lučić and D. Teodorović, "Bee system: modeling combinatorial optimization transportation engineering problems by swarm intelligence," in *In:Preprints of the*

TRISTAN IV Triennial Symposium on Transportation Analysis, Sao Miguel, Azores Islands, Portugal, 2001.

- [48] J. Kennedy and R. Eberhart, "Particle Swarm Optimization," in *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*, Perth, WA, Australia, 1995.
- [49] V. Černý, "Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm," *Journal of optimization theory and applications*, vol. 45, p. 41–51, 1985.
- [50] N. Metropolis, A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. H. Teller and E. Teller, "Equation of state calculations by fast computing machines," *The journal of chemical physics*, vol. 21, p. 1087–1092, 1953.
- [51] D. Delahaye, S. Chaimatanan and M. Mongeau, "Simulated annealing: From basics to applications," in *Handbook of Metaheuristics*, vol. 272, M. Gendreau and J. Potvin, Eds., Springer, 2019, pp. 1-35.
- [52] K. A. Dowsland, "Some experiments with simulated annealing techniques for packing problems," *European Journal of Operational Research*, vol. 68, p. 389–399, 1993.
- [53] W. Domschke, "Schedule synchronization for public transit networks," *Operations-Research-Spektrum*, vol. 11, p. 17–24, 1989.
- [54] A. T. Murray and R. L. Church, "Applying simulated annealing to location-planning models," *Journal of Heuristics*, vol. 2, p. 31–53, 1996.
- [55] J.-M. Bourjolly, D. Tomiuk and G. H. M. Kapantow, "Using simulated annealing to minimize the cost of centralized telecommunications networks," *INFOR: Information Systems and Operational Research*, vol. 37, p. 271–296, 1999.
- [56] D. S. Johnson, C. R. Aragon, L. A. McGeoch and C. Schevon, "Optimization by simulated annealing: An experimental evaluation; part I, graph partitioning," *Operations research*, vol. 37, p. 865–892, 1989.
- [57] R. Kuik and M. Salomon, "Multi-level lot-sizing problem: Evaluation of a simulated-annealing heuristic," *European Journal of Operational Research*, vol. 45, p. 25–37, 1990.
- [58] M. B. Wright, "Applying stochastic algorithms to a locomotive scheduling problem," *Journal of the Operational Research Society*, vol. 40, p. 187–192, 1989.
- [59] Q. Yuchi, N. Wang, Z. He and H. Chen, "Hybrid heuristic for the location-inventory-routing problem in closed-loop supply chain," *International Transactions in Operational Research*, 2018.
- [60] A. Alvarez, P. Munari and R. Morabito, "Iterated local search and simulated annealing algorithms for the inventory routing problem," *International Transactions in Operational Research*, vol. 25, p. 1785–1809, 2018.
- [61] L. Wei, Z. Zhang, D. Zhang and S. C. H. Leung, "A simulated annealing algorithm for the capacitated vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints," *European Journal of Operational Research*, vol. 265, p. 843–859, 2018.

- [62] K. M. Ferreira and T. A. de Queiroz, "Two effective simulated annealing algorithms for the location-routing problem," *Applied Soft Computing*, vol. 70, p. 389–422, 2018.
- [63] B. Rabbouch, F. Saâdaoui and R. Mraïhi, "Empirical-type simulated annealing for solving the capacitated vehicle routing problem," *Journal of Experimental & Theoretical Artificial Intelligence*, p. 1–16, 2019.
- [64] P. Hansen, N. Mladenović, R. Todosijević and S. Hanafi, "Variable neighborhood search: basics and variants," *EURO Journal on Computational Optimization*, vol. 5, no. 3, pp. 423–454, 2017.
- [65] N. Mladenović, D. Urošević and S. Hanafi, "Variable neighborhood search for the travelling deliveryman problem," *4OR*, vol. 11, p. 57–73, 2013.
- [66] N. Bjelić, M. Vidović and D. Popović, "Variable neighborhood search algorithm for heterogeneous traveling repairmen problem with time windows," *Expert systems with applications*, vol. 40, p. 5997–6006, 2013.
- [67] J. Pei, N. Mladenović, D. Urošević, J. Brimberg and X. Liu, "Solving the traveling repairman problem with profits: A Novel variable neighborhood search approach," *Information Sciences*, vol. 507, p. 108–123, 2020.
- [68] D. Popović, M. Vidović and G. Radivojević, "Variable neighborhood search heuristic for the inventory routing problem in fuel delivery," *Expert Systems with Applications*, vol. 39, p. 13390–13398, 2012.
- [69] D. Đorić, A. A. El Cadi, S. Hanafi, N. Mladenović and A. Artiba, "Clustering approach in maintenance of capillary railway network," *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, vol. 58, p. 239–246, 2017.
- [70] A. Anokić, Z. Stanimirović, T. Davidović and Đ. Stakić, "Variable neighborhood search based approaches to a vehicle scheduling problem in agriculture," *International Transactions in Operational Research*, vol. 27, p. 26–56, 2020.
- [71] R. Todosijević, S. Hanafi, D. Urošević, B. Jarboui and B. Gendron, "A general variable neighborhood search for the swap-body vehicle routing problem," *Computers & Operations Research*, vol. 78, p. 468–479, 2017.
- [72] R. Macedo, S. Hanafi, B. Jarboui, N. Mladenović, C. Alves and J. V. de Carvalho, "Variable neighborhood search for the location routing problem with multiple routes," in *Proceedings of 2013 International Conference on Industrial Engineering and Systems Management (IESM)*, 2013.
- [73] Z. Dražić, "Gaussian Variable Neighborhood Search for the file transfer scheduling problem," *Yugoslav Journal of Operations Research*, vol. 26, 2016.
- [74] J. Banks, J. S. Carson, B. L. Nelson and D. M. Nicol, *Discrete-event system simulation*, Pearson Education Inc., 2005.
- [75] Б. Раденковић, М. Станојевић and А. Марковић, *Рачунарска симулација, Факултет организационих наука Београд, Саобраћајни факултет, Београд, 1999.*

- [76] A. A. Tako and S. Robinson, "The application of discrete event simulation and system dynamics in the logistics and supply chain context," *Decision support systems*, vol. 52, p. 802–815, 2012.
- [77] C. Rose, M. Nakano and M. Tanaka, "Comparison of bottleneck detection methods for agv systems," in *Proceedings of the 2003 Winter Simulation Conference*, New Orleans, LA, USA, 2003.
- [78] N. P. Anderson, G. W. Evans and W. E. Biles, "Optimization of a barge transportation system for petroleum deliver," in *Proceedings of the 2003 Winter Simulation Conference*, New Orleans, LA, USA, 2003.
- [79] O. Koch and H. Weigl, "Modeling ambulance service of the austrian red cross," in *Proceedings of the 2003 Winter Siniulurion Conference*, New Orleans, LA, USA, 2003.
- [80] G. Merkurjeva and V. Bolshakov, "Integrated Solutions for Delivery Planning and Scheduling in Distribution Centres," in *Applied Simulation and Optimization*, M. M. Mota, I. F. D. L. Mota and D. G. Serrano, Eds., Springer, 2015, pp. 135-168.
- [81] J. Lioris, A. Kurzhanskiy and P. Varaiya, "A Conceptual Framework for Assessing Congestion and Its Impacts," in *Applied Simulation and Optimization 2*, M. M. Mota and I. F. D. L. Mota, Eds., Springer, 2017, pp. 3-42.
- [82] B. Rodič and A. Baggia, "Airport Ground Crew Scheduling Using Heuristics and Simulation," in *Applied Simulation and Optimization 2*, M. M. Mota and I. F. D. L. Mota, Eds., Springer, 2017, pp. 131-160.
- [83] M. L. A. T. M. Hertog, I. Uysal, U. McCarthy, B. M. Verlinden and B. M. Nicolai, "Shelf life modelling for first-expired-first-out warehouse management," *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 372, 2014.
- [84] L. M. M. Tijskens and J. J. Polderdijk, "A generic model for keeping quality of vegetable produce during storage and distribution," *Agricultural Systems*, vol. 51, p. 431–452, 1996.
- [85] M. Asadi, Beet-sugar handbook, Hoboken, New Jersey: John Wiley and Sons, Inc., 2007.
- [86] D. Drenovac, M. Vidović and N. Bjelić, "Optimization And Simulation Approach To Optimal Scheduling Of Deteriorating Goods Collection Vehicles Respecting Stochastic Service And Transport Times," *Simulation Modelling Practice and Theory*, 2020.
- [87] L. Bodin, B. Golden, A. Assad and M. Ball, "Routing and scheduling of vehicles and crews: the state of the art," *Comput Opns Res*, vol. 10, p. 63–211, 1983.
- [88] B. L. Golden, S. Raghavan and E. A. Wasil, The vehicle routing problem: latest advances and new challenges, vol. 43, Springer Science & Business Media, 2008.
- [89] G. Laporte, "Fifty years of vehicle routing," *Transportation science*, vol. 43, p. 408–416,

2009.

- [90] G. Laporte, "Scheduling issues in vehicle routing," *Annals of Operations Research*, vol. 236, p. 463–474, 2016.
- [91] D. Ronen, "Allocation of trips to trucks operating from a single terminal," *Computers & operations research*, vol. 19, p. 445–451, 1992.
- [92] A. Schöbel, "An eigenmodel for iterative line planning, timetabling and vehicle scheduling in public transportation," *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 74, p. 348–365, 2017.
- [93] Z. Lin and R. S. K. Kwan, "A two-phase approach for real-world train unit scheduling," *Public Transport*, vol. 6, p. 35–65, 2014.
- [94] C. Tang, A. Ceder, S. Zhao and Y.-E. Ge, "Vehicle scheduling of single-line bus service using operational strategies," *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 20, p. 1149–1159, 2018.
- [95] H. L. Petersen, A. Larsen, O. B. G. Madsen, B. Petersen and S. Ropke, "The simultaneous vehicle scheduling and passenger service problem," *Transportation Science*, vol. 47, p. 603–616, 2013.
- [96] V. Schmid and J. F. Ehmke, "Integrated timetabling and vehicle scheduling with balanced departure times," *OR spectrum*, vol. 37, p. 903–928, 2015.
- [97] J. A. Díaz and H. G. Perez, "Simulation and optimization of sugar cane transportation in harvest season," in *2000 Winter Simulation Conference Proceedings (Cat. No. 00CH37165)*, 2000.
- [98] D. Guimarans, O. Dominguez, J. Panadero and A. A. Juan, "A simheuristic approach for the two-dimensional vehicle routing problem with stochastic travel times," *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 89, p. 1–14, 2018.
- [99] A. P. Iannoni and R. Morabito, "A discrete simulation analysis of a logistics supply system," *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, vol. 42, p. 191–210, 2006.
- [100] A. J. Barnes, E. Meyer, A. C. Hansen, E. R. d. l. Harpe and P. W. L. Lyne, "Simulation modelling of sugarcane harvesting and transport delays," in *Proceedings of the Annual Congress - South African Sugar Technologists' Association*, 1998.
- [101] A. C. Hansen, A. J. Barnes and P. W. L. Lyne, "Simulation modeling of sugarcane harvest-to-mill delivery systems," *Transactions of the ASAE*, vol. 45, no. 3, pp. 531–538, 2002.
- [102] J. Brandao and A. Mercer, "A tabu search algorithm for the multi-trip vehicle routing and scheduling problem," *European journal of operational research*, vol. 100, p. 180–191, 1997.
- [103] N. Azi, M. Gendreau and J.-Y. Potvin, "An exact algorithm for a vehicle routing problem with time windows and multiple use of vehicles," *European Journal of*

- Operational Research*, vol. 202, p. 756–763, 2010.
- [104] N. Azi, M. Gendreau and J.-Y. Potvin, "An adaptive large neighborhood search for a vehicle routing problem with multiple routes," *Computers & Operations Research*, vol. 41, p. 167–173, 2014.
- [105] A. Higgins, "Scheduling of road vehicles in sugarcane transport: A case study at an Australian sugar mill," *European journal of operational research*, vol. 170, p. 987–1000, 2006.
- [106] S. Yan, J.-R. Lin and C.-W. Lai, "The planning and real-time adjustment of courier routing and scheduling under stochastic travel times and demands," *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, vol. 53, p. 34–48, 2013.
- [107] J. Yang, P. Jaillet and H. Mahmassani, "Real-time multivehicle truckload pickup and delivery problems," *Transportation Science*, vol. 38, p. 135–148, 2004.
- [108] M. Battarra, M. Monaci and D. Vigo, "An adaptive guidance approach for the heuristic solution of a minimum multiple trip vehicle routing problem," *Computers & Operations Research*, vol. 36, p. 3041–3050, 2009.
- [109] D. Cattaruzza, N. Absi, D. Feillet and D. Vigo, "An iterated local search for the multi-commodity multi-trip vehicle routing problem with time windows," *Computers & Operations Research*, vol. 51, p. 257–267, 2014.
- [110] L. V. Kantorovich, "English translation of Kantorovich (1939)," *Manage Sci*, vol. 6, p. 363–422, 1960.
- [111] M. L. Balinski and R. E. Quandt, "On an integer program for a delivery problem," *Operations research*, vol. 12, p. 300–304, 1964.
- [112] R. M. Karp, "Reducibility among combinatorial problems," in *Complexity of computer computations*, Springer, 1972, p. 85–103.
- [113] M. R. Garey and D. S. Johnson, *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-completeness*, WH Freeman and Company, New York, 1979.
- [114] D. S. Johnson, A. Demers, J. D. Ullman, M. R. Garey and R. L. Graham, "Worst-case performance bounds for simple one-dimensional packing algorithms," *SIAM Journal on computing*, vol. 3, p. 299–325, 1974.
- [115] M. Pirlot, "General local search methods," *European journal of operational research*, vol. 92, p. 493–511, 1996.
- [116] C. D. Pegden, "Advanced tutorial: overview of simulation world views," in *Proceedings of the 2010 Winter Simulation Conference*, 2010.
- [117] O. Balci, "Verification, validation, and testing," in *Handbook of Simulation: Principles, Methodology, Advances, Applications, and Practice*, J. Banks, Ed., John Wiley & Sons, Inc., 1998.
- [118] A. M. Law, "How to build valid and credible simulation models," in *Proceedings of the*

2009 Winter Simulation Conference, Austin, TX, USA, 2009.

- [119] D. Gross, J. F. Shortie, J. M. Thompson and C. M. Harris, "Qtsplus Software," in *Fundamentals of Queueing Theory*, John Wiley & Sons, Inc., 2008.
- [120] Д. Дреновац and М. Видовић, "Оптимизација процеса транспорта шећерне репе до шећеране," in *XLIII Симпозијум о операционим истраживањима СИМ-ОП-ИС*, Тара, Србија, 2016.
- [121] Food of the United Nations (FAO), Agriculture Organization, "Sugar beet-white sugar," United Nations (FAO), 2009.
- [122] Д. Дреновац and М. Видовић, "Оптимално распоређивање возила за превоз шећерне репе," in *XLIV Симпозијум о операционим истраживањима СИМ-ОП-ИС*, Златибор, Србија, 2017.
- [123] M. Vidović and D. Drenovac, "Framework for simulation analysis of priority queues strategies in deteriorating goods supply," in *4th Logistic International Conference LOGIC*, Belgrade, Serbia, 2019.
- [124] M. Vidović and D. Drenovac, "Optimization of fleet size with balanced use of vehicles: case of sugar beet transportation," in *The 3th Logistic International Conference LOGIC*, Belgrade, Serbia, 2017.
- [125] L. Pan, Q. Zhu, R. Lu and J. M. McGrath, "Determination of sucrose content in sugar beet by portable visible and near-infrared spectroscopy," *Food chemistry*, vol. 167, p. 264–271, 2015.
- [126] M. Žitňák and M. Korenko, "Technical-economical indicators in the sugar beet transportation management," *Research in agricultural engineering*, vol. 57, p. 63–71, 2011.
- [127] K. Hoad, S. Robinson and R. Davies, "Automated selection of the number of replications for a discrete-event simulation," *Journal of the Operational Research Society*, vol. 61, p. 1632–1644, 2010.
- [128] Ö. Karsu and A. Morton, "Inequity averse optimization in operational research," *European journal of operational research*, vol. 245, p. 343–359, 2015.
- [129] J. C. Ho, T.-L. B. Tseng, A. J. Ruiz-Torres and F. J. López, "Minimizing the normalized sum of square for workload deviations on m parallel processors," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 56, p. 186–192, 2009.
- [130] A. Cossari, J. C. Ho, G. Paletta and A. J. Ruiz-Torres, "A new heuristic for workload balancing on identical parallel machines and a statistical perspective on the workload balancing criteria," *Computers & Operations Research*, vol. 39, p. 1382–1393, 2012.
- [131] N. Jozefowicz, F. Semet and E.-G. Talbi, "Parallel and hybrid models for multi-objective optimization: Application to the vehicle routing problem," in *International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, 2002.
- [132] R. Baños, J. Ortega, C. Gil, A. L. Márquez and F. De Toro, "A hybrid meta-heuristic

- for multi-objective vehicle routing problems with time windows," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 65, p. 286–296, 2013.
- [133] B. L. Golden, G. Laporte and É. D. Taillard, "An adaptive memory heuristic for a class of vehicle routing problems with minmax objective," *Computers & Operations Research*, vol. 24, p. 445–452, 1997.
- [134] D. Gulczynski, B. Golden and E. Wasil, "The period vehicle routing problem: New heuristics and real-world variants," *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, vol. 47, p. 648–668, 2011.
- [135] P. Lacomme, C. Prins and M. Sevaux, "A genetic algorithm for a bi-objective capacitated arc routing problem," *Computers & Operations Research*, vol. 33, p. 3473–3493, 2006.
- [136] A. Perugia, L. Moccia, J.-F. Cordeau and G. Laporte, "Designing a home-to-work bus service in a metropolitan area," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 45, p. 1710–1726, 2011.
- [137] A. Colorni and G. Righini, "Modeling and optimizing dynamic dial-a-ride problems," *International transactions in operational research*, vol. 8, p. 155–166, 2001.
- [138] C.-M. Liu, T.-C. Chang and L.-F. Huang, "Multi-objective heuristics for the vehicle routing problem," *International Journal of Operations Research*, vol. 3, p. 173–181, 2006.
- [139] T. Rienthong, A. Walker and T. Bektaş, "Look, here comes the library van! Optimising the timetable of the mobile library service on the Isle of Wight," *OR insight*, vol. 24, p. 49–62, 2011.
- [140] B.-I. Kim, S. Kim and S. Sahoo, "Waste collection vehicle routing problem with time windows," *Computers & Operations Research*, vol. 33, p. 3624–3642, 2006.
- [141] T. Keskinurk and M. B. Yildirim, "A genetic algorithm metaheuristic for bakery distribution vehicle routing problem with load balancing," in *2011 International Symposium on Innovations in Intelligent Systems and Applications*, 2011.
- [142] S. Martello and P. Toth, *Knapsack problems: algorithms and computer implementations*, New York: John Wiley & Sons, Inc., 1990.

ПРИЛОЗИ

Прилог 1

Табела 1. Резултати хибридног приступа оптимизацијом и симулацијом за мало подручје сакупљања

N =5 S ₀ :N(20.43,1.48)		Без прераспоређивања				Са прераспоређивањем														
						Прераспоређивање после 6h					Прераспоређивање после 12h					Прераспоређивање после 24h				
Ин.	Параметри	SA		Симулација		SA		Симулација	Унапређено решење	SA		Симулација	Унапређено решење	SA		Симулација	Унапређено решење			
		S _{coll} (t)	V	S _{coll} (t)	W _r (%)	S _{coll} (t)	V	W _r (%)	S _{coll} (t)	V	S _{coll} (t)	V	W _r (%)	S _{coll} (t)	V	S _{coll} (t)	V	W _r (%)	S _{coll} (t)	V
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
1	D:U(10,60)	216.35	5	216.12	99.88	216.32	4	98.13	216.16	5	216.35	4	98.13	216.19	4	216.35	5	100.00	216.36	5
	β=1%																			
	C _d = 2																			
2	D:U(10,60)	216.34	5	216.35	100.00	216.33	4	99.75	216.40	5	216.34	4	99.13	216.43	5	216.35	5	100.00	216.36	5
	β=1%																			
	C _d = 3																			
3	D:U(10,60)	215.49	5	215.52	100.00	215.46	4	98.38	215.55	5	215.51	4	100.00	215.51	4	215.49	5	99.875	215.35	6
	β=2%																			
	C _d = 2																			
4	D:U(10,60)	215.51	5	215.53	100.00	215.42	4	96.88	215.59	5	215.51	4	99.88	215.61	5	215.49	5	100.00	215.28	5
	β=2%																			
	C _d = 3																			
5	D:U(10,60)	212.94	5	213.00	100.00	212.66	4	96.88	213.24	5	212.927	4	100.00	212.77	4	212.92	5	99.50	213.13	6
	β=5%																			
	C _d = 2																			
6	D:U(10,60)	212.94	5	212.75	99.88	212.86	4	97.13	213.24	5	212.94	4	97.5	213.19	5	212.91	5	99.25	213.35	6
	β=5%																			
	C _d = 3																			
7	D:U(10,30)	216.30	3	216.31	100.00	216.27	2	100.00	215.21	2	216.28	2	100.00	216.32	2	216.30	3	100.00	216.32	3
	β=1%																			
	C _d = 2																			
8	D:U(10,30)	216.30	3	216.32	100.00	216.24	2	100.00	216.28	2	216.27	2	100.00	216.32	2	216.30	3	100.00	216.32	3
	β=1%																			
	C _d = 3																			

N =5 S ₀ :N(20.43,1.48)		Без прераспоређивања				Са прераспоређивањем															
						Прераспоређивање после 6h				Прераспоређивање после 12h				Прераспоређивање после 24h							
		SA		Симулација		SA		Симулација		Унапређено решење		SA		Симулација		Унапређено решење		SA		Симулација	
9	D:U(10,30)	215.41	3	215.45	100.00	215.34	2	100.00	215.45	2	215.32	2	100.00	215.45	2	215.40	3	99.87	215.50	3	
	β=2%																				
	C _d = 2																				
10	D:U(10,30)	215.40	3	215.45	100.00	215.33	2	100.00	215.44	2	215.33	2	100.00	215.45	2	215.40	3	100.00	215.42	3	
	β=2%																				
	C _d = 3																				
11	D:U(10,30)	212.68	3	212.75	100.00	212.54	2	100.00	212.77	2	212.53	2	100.00	212.75	2	212.66	3	100.00	212.78	3	
	β=5%																				
	C _d = 2																				
12	D:U(10,30)	212.67	3	212.76	100.00	212.6	2	100.00	212.78	2	212.56	2	100.00	212.77	2	212.67	3	100.00	212.72	3	
	β=5%																				
	C _d = 3																				

Табела 2. Резултати хибридног приступа оптимизацијом и симулацијом за средње подручје сакупљања

N =7		Без прераспоређивања				Са прераспоређивањем														
S ₀ :N(20.43,1.48)						Прераспоређивање после 6h					Прераспоређивање после 12h					Прераспоређивање после 24h				
Ин.	Параметри	SA		Симулација		SA		Симулација	Унапређено решење	SA		Симулација	Унапређено решење	SA		Симулација	Унапређено решење			
		S _{coll} (t)	V	S _{coll} (t)	W _r (%)	S _{coll} (t)	V	W _r (%)	S _{coll} (t)	V	S _{coll} (t)	V	W _r (%)	S _{coll} (t)	V	S _{coll} (t)	V	W _r (%)	S _{coll} (t)	V
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
1	D:U(10,60)	639.92	12	621.22	96.83	640.01	13	100.00	640.01	13	639.90	12	97.17	635.34	13	639.86	12	95.54	620.87	14
	β=1%																			
	C _d = 2																			
2	D:U(10,60)	639.97	12	615.30	95.83	640.00	13	99.63	640.09	14	640.00	13	99.17	639.56	14	639.78	12	95.79	621.06	14
	β=1%																			
	C _d = 3																			
3	D:U(10,60)	637.25	12	618.61	96.83	637.24	13	99.92	637.23	14	637.39	13	98.54	637.32	14	637.03	12	95.71	618.69	14
	β=2%																			
	C _d = 2																			
4	D:U(10,60)	637.29	12	614.39	96.13	637.28	13	99.88	637.56	14	637.43	13	98.42	637.52	14	636.94	12	94.88	618.01	14
	β=2%																			
	C _d = 3																			
5	D:U(10,60)	629.15	12	609.46	96.63	629.51	13	99.92	629.68	14	629.36	13	98.92	629.84	14	629.05	13	98.21	615.98	15
	β=5%																			
	C _d = 2																			
6	D:U(10,60)	629.31	12	613.46	97.29	629.63	13	100.00	629.73	13	629.63	13	99.58	630.12	14	628.73	12	96.04	611.34	13
	β=5%																			
	C _d = 3																			
7	D:U(10,30)	639.68	7	630.80	98.58	639.72	8	100.00	639.76	8	639.76	8	100.00	639.79	8	639.5	7	98.63	639.56	8
	β=1%																			
	C _d = 2																			
8	D:U(10,30)	639.74	7	628.58	98.33	639.73	8	100.00	639.83	8	639.82	8	100.00	639.88	8	639.56	7	97.17	639.76	8
	β=1%																			
	C _d = 3																			
9	D:U(10,30)	636.74	7	624.11	98.08	636.84	8	100.00	636.94	8	637.26	9	100.00	637.40	9	636.79	8	100.00	637.13	8
	β=2%																			

N =7 S ₀ :N(20,43,1,4 8)	Без прераспоређивања				Са прераспоређивањем																	
					Прераспоређивање после 6h				Прераспоређивање после 12h				Прераспоређивање после 24h									
	SA		Симулација		SA		Симулација		Унапређено решење		SA		Симулација		Унапређено решење		SA		Симулација		Унапређено решење	
	C _d = 2																					
10	D:U(10,30)	636.88	7	625.13	98.21	636.85	8	100.00	637.08	8	637.0	8	100.00	637.13	8	636.57	7	97.50	636.95	8	C _d = 3	
	β=2%																					
11	D:U(10,30)	627.80	7	616.92	98.29	628.15	8	100.00	628.41	8	628.19	8	100.00	628.49	8	625.8	7	99.96	626.87	8	C _d = 2	
	β=5%																					
12	D:U(10,30)	628.19	7	615.08	98.00	628.19	8	100.00	628.59	8	628.48	8	100.00	628.71	8	627.27	7	96.54	628.12	8	C _d = 3	
	β=5%																					

Табела 3. Резултати хибридног приступа оптимизацијом и симулацијом за велико подручје сакупљања

N =10		Без прераспоређивања				Са прераспоређивањем														
S ₀ :N(20.43,1.48)						Прераспоређивање после 6h			Прераспоређивање после 12h			Прераспоређивање после 24h								
Ин.	Параметри	SA		Симулација		SA		Симулација	Унапређено решење	SA		Симулација	Унапређено решење	SA		Симулација	Унапређено решење			
		S _{coll} (t)	V	S _{coll} (t)	W _r (%)	S _{coll} (t)	V	W _r (%)	S _{coll} (t)	V	S _{coll} (t)	V	W _r (%)	S _{coll} (t)	V	S _{coll} (t)	V	W _r (%)	S _{coll} (t)	V
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
1	D:U(10,60)	1047.51	21	981.30	93.30	1047.43	24	97.03	1026.33	27	1047.91	28	96.33	1034.77	31	1047.38	23	96.58	1036.90	25
	β=1%																			
	C _d = 2																			
2	D:U(10,60)	1046.50	19	1031.21	98.50	1047.18	19	94.50	1022.63	21	1047.01	20	98.38	1041.99	31	1047.64	19	91.63	1009.69	22
	β=1%																			
	C _d = 3																			
3	D:U(10,60)	1042.88	21	987.33	94.38	1042.80	24	97.53	1021.87	27	1043.67	27	97.28	1030.38	30	1040.86	22	98.58	1042.17	23
	β=2%																			
	C _d = 2																			
4	D:U(10,60)	1040.70	19	1028.70	98.83	1042.38	20	98.25	1038.5	21	1041.77	20	93.83	1040.11	21	1043.24	19	92.20	1005.17	22
	β=2%																			
	C _d = 3																			
5	D:U(10,60)	1029.45	22	988.56	95.93	1028.36	24	97.70	1015.38	26	1030.21	26	97.7	1020.54	28	1028.84	23	96.90	1008.73	26
	β=5%																			
	C _d = 2																			
6	D:U(10,60)	1030.08	20	994.89	96.48	1029.28	21	96.93	1015.91	23	1030.09	21	97.48	1016.16	23	1028.92	20	94.75	1014.99	22
	β=5%																			
	C _d = 3																			
7	D:U(10,30)	1047.10	13	1027.46	98.03	1046.91	14	99.73	1045.87	15	1047.14	14	99.6	1045.87	15	1047.03	13	98.08	1046.63	15
	β=1%																			
	C _d = 2																			
8	D:U(10,30)	1047.19	11	944.10	90.35	1047.04	13	99.08	1047.48	14	1047.70	15	100	1047.55	15	1047.20	13	100	1047.35	13
	β=1%																			
	C _d = 3																			
9	D:U(10,30)	1042.08	13	1014.31	97.28	1041.54	14	99.20	1039.58	15	1042.06	14	99.2	1039.59	15	1041.89	13	98.73	1041.82	14
	β=2%																			

N =10 S ₀ :N(20.43,1.48)	Без прераспоређивања				Са прераспоређивањем														
					Прераспоређивање после 6h				Прераспоређивање после 12h				Прераспоређивање после 24h						
	SA		Симулација		SA		Симулација	Унапређено решење	SA		Симулација	Унапређено решење	SA		Симулација	Унапређено решење			
	C _d = 2																		
10	D:U(10,30)																		
	β=2%	1042.26	11	921.58	88.55	1042.29	14	100	1042.62	14	1043.05	15	99.83	1043.05	16	1042.21	13	99.45	1041.42
	C _d = 3																		
11	D:U(10,30)																		
	β=5%	1026.91	13	1006.17	97.98	1025.78	14	99.38	1024.43	15	1027.04	14	99.03	1026.57	15	1026.80	13	99.35	1026.17
	C _d = 2																		
12	D:U(10,30)																		
	β=5%	1027.38	11	922.59	90.10	1026.72	13	98.90	1028.35	14	1029.89	15	100	1029.21	15	1027.65	13	99.90	1026.59
	C _d = 3																		

Прилог 2

Табела 1 Утицај балансиране (3а) и небалансиране доделе тура у оптималним и метахеуристичким решењима за примере малих димензија

N=100 Q=700t	Оптимално решење								RVNS							
	MinU	MaxU	MinT	MaxT	B	τ_{inst}	δ_{inst}	t	MinU	MaxU	MinT	MaxT	B	τ_{inst}	δ_{inst}	t
Без балансирања																
просек	0.7149	0.9747	3.45	6	6.26	6.2346	2.55	0.79	0.5173	0.9889	2.78	6.06	6.26	11.3186	3.28	0.93
Min	0.1826	0.8713	1	3	4	0.1083	0	0.23	0.0879	0.8786	1	3	4	0.1081	0	0.74
Max	0.9832	1	7	10	10	19.3153	7	7.05	0.9832	0.9999	7	11	10	21.7696	9	1.38
Са балансирањем (3а) $\tau=5$																
просек	0.8134	0.9531	3.82	5.9	6.32	3.3525	2.08	5.36	0.8289	0.9526	3.96	5.56	6.32	2.9287	1.6	0.29
Min	0.5553	0.5857	2	2	4	0.1083	0	0.23	0.6004	0.7021	2	2	4	0.0974	0	0.11
Max	0.9832	0.9997	7	10	14	4.9989	6	292.40	0.9832	0.9999	7	10	14	4.9536	6	25.127
Са балансирањем (3а) $\tau=4$																
просек	0.8243	0.9329	3.85	5.74	6.38	2.6072	1.89	6.30	0.8494	0.9499	3.98	5.54	6.38	2.3537	1.56	0.91
Min	0.5226	0.5857	2	2	4	0.1083	0	0.2207	0.6461	0.7221	2	2	4	0.0974	0	0.12
Max	0.9832	1	7	10	14	3.9834	6	218.57	0.9832	0.9999	7	10	14	3.9834	5	36.95

Табела 2 Утицај балансиране (3а+3б) и небалансиране доделе тура у оптималним и метахеуристичким решењима за примере малих димензија

N=100 Q=700t	Оптимално решење са балансирањем (3а+3б)								RVNS са балансирањем (3а+3б)							
	MinU	MaxU	MinT	MaxT	B	τ_{inst}	δ_{inst}	t	MinU	MaxU	MinT	MaxT	B	τ_{inst}	δ_{inst}	t
$\tau=5 \delta=4$																
Просек	0.8127	0.9484	3.9	5.69	6.32	3.2567	1.79	8.15	0.8297	0.9533	3.98	5.53	6.32	2.9279	1.55	0.29
Min	0.5553	0.5858	2	2	4	0.0499	0	0.53	0.6004	0.7021	2	2	4	0.0974	0	0.01
Max	0.9832	1	7	9	14	4.9975	4	502.23	0.9832	0.9999	7	10	14	4.9536	4	18.94
$\tau=5 \delta=3$																
Просек	0.8186	0.9503	3.93	5.65	6.32	3.1599	1.72	7.15	0.8329	0.9529	3.99	5.46	6.32	2.8384	1.47	0.30
Min	0.5553	0.5857	2	2	4	0.0486	0	0.53	0.6004	0.7021	2	2	4	0.0974	0	0.01
Max	0.9832	1	7	9	14	4.9749	3	414.21	0.9832	0.9999	7	9	14	4.9536	3	25.13
$\tau=4 \delta=4$																
Просек	0.8219	0.9391	3.88	5.77	6.38	2.8132	1.89	16.91	0.8498	0.9503	3.99	5.53	6.38	2.3510	1.54	0.91
Min	0.5226	0.5857	2	2	4	0.0973	0	0.53	0.6461	0.7221	2	2	4	0.0974	0	0.01
Max	0.9832	0.9998	7	10	14	3.9834	4	629.68	0.9832	0.9999	7	10	14	3.9834	4	27.62
$\tau=4 \delta=3$																
Просек	0.8182	0.9375	3.92	5.61	6.38	2.8620	1.69	16.59	0.8506	0.9513	4	5.44	6.38	2.3561	1.44	0.92
Min	0.5226	0.5857	2	2	4	0.1083	0	0.52	0.6461	0.7221	2	2	4	0.0974	0	0.01
Max	0.9832	1	7	9	14	3.9998	3	516.28	0.9832	0.9999	7	9	14	3.9834	3	38.40

БИОГРАФИЈА АУТОРА

Драгана Дреновац је рођена 18.12.1974. године у Крушевцу, где је завршила гимназију, математичко-програмерски смер. Дипломирала је на Универзитету у Београду - Саобраћајном факултету 20.7.2001. године на одсеку за ПТТ саобраћај на дипломском раду под називом „Рутирање и додела таласних дужина у WDM оптичким мрежама“ и просечном оценом током студија 8,68.

Последипломске студије на Саобраћајном факултету Универзитета у Београду, смер Поштански и телекомуникациони саобраћај, уписала је 2001. године и положила је све испите предвиђене планом и програмом са просечном оценом 10. Магистарску тезу под називом „Распоређивање ресурса на планиране активности применом Оптимизације колонијом пчела“ одбранила је на Саобраћајном факултету Универзитета у Београду 7.7.2010. чиме је стекла звање магистра техничких наука.

Од фебруара 2004. до априла 2005. била је хонорарно ангажована на извођењу вежби из предмета „Вероватноћа и статистика“ и „Операциона истраживања“ на Универзитету у Београду - Саобраћајном факултету. Од априла 2005. године запослена је на Саобраћајном факултету у звањима асистента-приправника и асистента за предмете „Вероватноћа и статистика“ (до школске 2016/2017.) и „Операциона истраживања“. Школске 2008/09. била је ангажована на извођењу вежби из предмета „Лучки оптимизациони модели“. Од школске 2009/10. ангажована је на извођењу вежби из предмета са програма Мастер студија „Сложени задаци линеарног и целобројног програмирања са применама у саобраћају“. Од школске 2009/10. до школске 2014/15. била је ангажована на извођењу вежби из предмета са програма Мастер студија „Детерминистички модели операционих истраживања“, „Квантитативне менаџмент методе у транспорту и комуникацијама“.

Драгана Дреновац је у току досадашњег рада као аутор и коаутор учествовала у изради 32 научно-истраживачка рада који су објављени у међународним и домаћим часописима и зборницима радова са међународних и домаћих конференција. Поред тога, учествовала је и у изради 4 научно-истраживачка и стручна пројекта.

Од 1. до 6. јуна 2009. године похађала је курс под називом „Intermodality and Externalities in Transportation Policy and Planning“ у овиру Helsinki Summer School in Transportation који је организовао Helsinki University of Technology.

Од 23. до 30. септембра 2010. године похађала је семинар „Chaos, Expansions and Ito Calculus“ који је организовао Департман за математику

и информатику Природно - математичког факултета Универзитета у Новом Саду.

Од 4. до 7. јуна 2015. године похађала је курс „Existential Polytime and Polyhedral Combinatorics“ који је организовао Математички институт САНУ у Београду, на којем је предавања држао професор Jack Edmonds.

Изјава о ауторству

Име и презиме аутора

Драгана Дреновац

Број индекса

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом:

Распоређивање ресурса на планиране активности у саобраћајној и транспортној пракси применом метахеуристичких алгоритама

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршила ауторска права и користила интелектуалну својину других лица.

У Београду, _____

Потпис аутора

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора	<u>Драгана Дреновац</u>
Број индекса	_____
Студијски програм	_____
Наслов рада	<u>Распоређивање ресурса на планиране активности у саобраћајној и транспортној пракси применом метахеуристичких алгоритама</u>
Ментор	<u>Проф. др Јован Поповић</u>

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предала ради похрањена у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

У Београду, _____

Потпис аутора

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Распоређивање ресурса на планиране активности у саобраћајној и транспортној пракси применом метахеуристичких алгоритама

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предала сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио.

1. Ауторство (CCBY)
2. Ауторство – некомерцијално (CCBY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CCBY-NC-ND)
- ④ 4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CCBY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CCBY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CCBY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци. Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

У Београду, _____

Потпис аутора

1. **Ауторство.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. **Ауторство - некомерцијално.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. **Ауторство - некомерцијално - без прераде.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. **Ауторство - некомерцијално - делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. **Ауторство - без прераде.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. **Ауторство - делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.