

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ  
САОБРАЋАЈНИ ФАКУЛТЕТ

Ивана П. Вукићевић Бишевац

РАСПОРЕЂИВАЊЕ РЕСУРСА У  
ЛУЧКИМ ТЕРМИНАЛИМА  
ПРИМЕНОМ МЕТОДА  
ОПЕРАЦИОНИХ ИСТРАЖИВАЊА

Докторска дисертација

Београд, 2021.

# **РАСПОРЕЂИВАЊЕ РЕСУРСА У ЛУЧКИМ ТЕРМИНАЛИМА ПРИМЕНОМ МЕТОДА ОПЕРАЦИОНИХ ИСТРАЖИВАЊА**

**Резиме:** Дисертација је резултат вишегодишњег истраживања проблема распоређивања ресурса у лучким контејнерским терминалима (ЛКТ), као и метода које би могле да се користе за решавање ових проблема. Проучавана су три проблема распоређивања ресурса, чија решења утичу на време које бродови проводе у ЛКТ: додељивање оперативне обале бродовима (engl. Berth Allocation Problem - *BAP*), додељивање обалских контејнерских кранова бродовима, тј. одређивања броја обалских контејнерских кранова који опслужују сваки брод током сваког сегмента опслуге (engl. Quay Crane Assignment Problem- *QCAP*) и распоређивање лучких радника на смене и задатке (engl. Dockworker Assignment Problem- *DWAP* ).

У тези је математички моделиран и решаван обједињени проблем распоређивања ресурса, укључених у опслугу бродова, с посебним акцентом на проблем распоређивања радника који се уобичајено решава последњи, након формирања оперативног плана рада свих транспортно - претоварних средстава и опреме. У литератури је овом проблему посвећено најмање пажње, иако радници представљају значајан ресурс који има велики утицај на оперативне трошкове оператора ЛКТ. Ово се посебно односи на лучке раднике, укључене у истовар, утовар, складиштење и транспорт терета унутар ЛКТ, који су уједно и предмет истраживања ове дисертације.

У циљу решавања обједињеног проблема распоређивања ресурса на оперативној обали, у дисертацији је развијена оригинална методологија, заснована на прелиминарном решавању проблема *BAP* и релаксацији математичког модела за интегрисани проблем - *интегрисани приступ*.

Ефикасност *интегрисаног приступа* и његова практична примењивост утврђена је емпиријским путем. Предложени приступ тестиран је на

различитим нумеричким примерима који одговарају реалним димензијама проблема у ЛКТ, а добијена решења поређена су с решењима добијеним одвојеним решавањем једног по једног проблема и то претставља тзв. *секвенцијални приступ*. У свим тестираним нумеричким примерима, примена *интегрисаног приступа* довела је до смањења трошкова ангажовања радника.

Научни допринос ове дисертације потврђен је публиковањем резултата истраживања у раду Vukicevic Bisevac и сарадници (2021).

Кључне речи: луке, лучки контејнерски терминал, оптимизација

Научна област: Саобраћајно инжењерство.

Ужа научна област: Луке и пристаништа

УДК број:

# RESOURCE ALLOCATION AT PORT TERMINALS USING OPERATIONS RESEARCH METHODS

**Abstract:** This dissertation is the result of many years of research related to the resource allocation problems at port container terminals (*PCTs*) and methods applied in order to solve these problems. Three resource allocation problems were studied: berth allocation problem (*BAP*), quay crane assignment problem (*QCAP*) and dockworker assignment problem (*DWAP*). The solutions of these problems have an impact on the time that ships spend at *PCTs*.

In this dissertation, the integrated model for *QCAP* and *DWAP* is mathematically modeled and solved with a special focus on dockworker assignment problem. Dockworker assignment problem is traditionally solved last, after allocation of berth space and formation of the operation schedule for each piece of handling equipment.

In the literature, not much attention has been given to the dockworker assignment problem, although workers represent a significant resource that has a great impact on total operating costs of the *PCT*. This applies in particular to port workers, involved in unloading, loading, storage and transport of cargo within the port, who are the main focus in this research.

In order to solve the integrated problem, an original procedure has been developed in this research, based on the preliminary solution of *BAP* and relaxation of the mathematical model for the integrated problem - Integrated approach.

The efficiency of the Integrated approach and its practical applicability has been determined empirically. The proposed Integrated approach was tested on different instances based on the real data. Solutions obtained using the Integrated approach were compared with the solutions obtained by the

Sequential approach in which we solve one problem at the time. For all solved instances, the proposed Integrated approach to *QCDWAP* resulted in lower total costs of dockworkers.

The scientific contribution of this dissertation is confirmed by the publication of research results in the paper Vukicevic Bisevac et al. (2021).

Keywords: Ports, Port container terminals, Optimization

Science field: Transport and traffic engineering

Science subfield: Ports and harbours

UDC number:

*Мој породици.*

## **САДРЖАЈ**

1.	УВОД.....	14
1.1.	Предмет, циљ и полазне хипотезе истраживања.....	19
2.	ЛУЧКИ КОНТЕЈНЕРСКИ ТЕРМИНАЛИ .....	22
3.	ПЛАНИРАЊЕ И САБРАЋАЈНО-ТЕХНОЛОШКО ПРОЈЕКТОВАЊЕ ЛУКА.....	28
4.	ПРОБЛЕМИ РАСПОРЕЂИВАЊА ЛУЧКИХ РЕСУРСА, УКЉУЧЕНИХ У ОПСЛУГУ БРОДОВА.....	32
4.1.	ДОДЕЉИВАЊЕ ОПЕРАТИВНЕ ОБАЛЕ И ОБАЛСКИХ КРАНОВА БРОДОВИМА .....	33
4.2.	РАСПОРЕЂИВАЊЕ ЛУЧКИХ РАДНИКА.....	42
4.2.1.	Задаци лучких радника .....	44
4.2.2.	Трошкови ангажовања лучких радника .....	45
4.2.3.	Потражња у ЛКТ .....	46
4.2.4.	Флексибилност лучких радника .....	48
4.2.5.	Дугорочни и краткорочни план рада лучких радника.....	50
4.2.6.	Преглед литературе .....	52
4.3.	ПОВЕЗАНОСТ ПРОБЛЕМА РАСПОРЕЂИВАЊА ЛУЧКИХ РЕСУРСА, УКЉУЧЕНИХ У ОПСЛУГУ БРОДОВА .....	56
5.	МАТЕМАТИЧКА ФОРМУЛАЦИЈА ПРОБЛЕМА QCDWAP.....	62
6.	ПРОЦЕДУРЕ ЗА РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМА РАСПОРЕЂИВАЊА ЛУЧКИХ РЕСУРСА.....	71
6.1.	ЛАГРАНЖОВА РЕЛАКСАЦИЈА .....	71
6.2.	ПОДГРАДИЈЕНТНА МЕТОДА .....	76
6.3.	РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМА <i>BACAP</i> ПРИМЕНОМ ПОДГРАДИЈЕНТНЕ МЕТОДЕ .....	78
6.4.	ИНТЕГРИСАНИ ПРИСТУП .....	83
6.5.	СЕКВЕНЦИЈАЛНИ ПРИСТУП .....	85

7. НУМЕРИЧКИ ЕКСПЕРИМЕНТИ И РЕЗУЛТАТИ ТЕСТИРАЊА .....	88
7.1. РЕЗУЛТАТИ ТЕСТИРАЊА .....	92
7.2. СТАТИСТИЧКА АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА ТЕСТИРАЊА .....	101
8. ЗАКЉУЧАК .....	105
Захвалница .....	109
Литература .....	110
Прилог I.....	117

## СПИСАК ТАБЕЛА

Табела 1.1: Пропусна способност и промет пет глобалних оператора ЛКТ 2019. године, Извор: UNCTAD (2020) .....	16
Табела 4.1: Пример месечног распореда рада пет лучких радника .....	50
Табела 4.2: Пример детальног распореда рада радника.....	51
Табела 7.1: Процедура <i>секвенцијалног приступа</i> проблемима распоређивања лучких ресурса на оперативној обали, Извор: Vukicevic Bisevac и сарадници (2021).....	89
Табела 7.2: Улазни параметри, потребни за решавање проблема додељивања оперативне обале и обалских кранова.....	90
Табела 7.3: План опслуге бродова на оперативној обали.....	93
Табела 7.4: Резултати извршених тестирања, број ангажованих тимова, трошкови ангажовања радника, време рада рачунара и релативна разлика трошкова ангажовања радника остварених <i>интегрисаним</i> и <i>секвенцијалним приступом</i> (I група примера) .....	95
Табела 7.5: Резултати извршених тестирања, број ангажованих тимова, трошкови ангажовања радника, време рада рачунара и релативна разлика трошкова ангажовања радника остварених <i>интегрисаним</i> и <i>секвенцијалним приступом</i> (II група примера) .....	98
Табела 7.6: F-тест и Студентов t-тест за I групу примера .....	102
Табела 7.7: F-тест и Студентов t-тест за II групу примера .....	103

## СПИСАК СЛИКА

Слика 1.1: Број <i>TEU</i> превезених поморским транспортом од 1996 до 2020. године (милиона <i>TEUs</i> ), Извор: UNCTAD (2020) .....	15
Слика 2.1: Увучено претоварно место у Amsterdam Container Terminals, Извор: <a href="https://theloadstar.com/amsterdams-white-elephant-is-put-out-of-its-misery/">https://theloadstar.com/amsterdams-white-elephant-is-put-out-of-its-misery/</a> .....	24
Слика 2.2: Обалски кранови у ЛКТ, Извор: <a href="https://www.apmterminals.com">https://www.apmterminals.com</a> .....	25
Слика 2.3: Контејнерско складиште у Луци Gioia Tauro, Извор: <a href="https://www.freightwaves.com">https://www.freightwaves.com</a> .....	26
Слика 2.4: Шематски приказ технологија претовара, транспорт и складиштења контејнера у ЛКТ, Извор: Meisel (2009) .....	27
Слика 4.1: Графички приказ решења проблема додељивања оперативне обале у просторно-временском дијаграму - план дневне опслуге бродова на оперативној обали, Извор: Park и Kim (2005).....	35
Слика 4.2: Организациона структура оперативне обале, а) Дискретна; б) Континуална и в) Хибридна, Извор: Meisel (2009) .....	37
Слика 4.3: Трошкови бродара у луци ако је почетак опслуге планиран после <i>ETAi</i> , а крај опслуге после <i>EFTi</i> .....	41
Слика 4.4: Трошкови бродара у луци ако је почетак опслуге планиран пре <i>ETAi</i> , а крај опслуге пре <i>EFTi</i> . ....	41
Слика 4.5: Промене у области лучког рада, Извор: Van Hooydonk (2014a) .....	44
Слика 4.6: Просторно-временски дијаграм плана опслуге бродова на оперативној обали и број додељених обалских кранова, Извор: Park и Kim (2005) .....	57
Слика 4.7: Број потребних обалских кранова током сваког временског сегмента, Извор: Vukicevic Bisevac и сарадници (2021) .....	58
Слика 4.8: а) Просторно-временски дијаграм плана опслуге бродова на оперативној обали и број додељених обалских кранова, Извор: Park и Kim (2005), б) Потребан број обалских кранова, Извор: Vukicevic Bisevac и сарадници (2021) и в) Потребан број тимова радника, Извор: Vukicevic Bisevac и сарадници (2021) .....	59
Слика 4.9: а) Потребан број обалских кранова по временским сегментима, б) Потребан број тимова по сменама и, в) Број тим-часова током који су тимови ангажовани, али нису активни, Извор: Vukicevic Bisevac и сарадници (2021) .....	60
Слика 6.1: Однос вредности критеријумских функција оригиналног проблема P, Лагранжовог проблема (LP) и $\epsilon$ -оптимално решење проблема P, Извор: Berhanu (2009).....	74

Слика 6.2: Процедура <i>интегрисаног приступа</i> проблемима распоређивања лучких ресурса на оперативној обали, Извор: Vukicevic Bisevac и сарадници (2021) .....	84
Слика 6.3: Процедура <i>секвенцијалног приступа</i> проблемима распоређивања лучких ресурса на оперативној обали, Извор: Vukicevic Bisevac и сарадници (2021) .....	86
Слика 7.1: а) Просторно-временски дијаграм плана опслуге бродова на оперативној обали и број додељених обалских кранова, б) Потребан број обалских кранова и в) Потребан број тимова радника, Извор: Vukicevic Bisevac и сарадници(2021).....	93
Слика 7.2: Број тим-часова током који су тимови ангажовани, али нису активни а) <i>Секвенцијални приступ</i> , б) <i>Интегрисани приступ</i> .....	94
Слика 7.3: Упоредни приказ броја ангажованих тимова радника за I групу примера .....	97
Слика 7.4: Упоредни приказ укупних трошкова ангажовања радника за <i>интегрисани</i> и <i>секвенцијални приступ</i> за I групу примера .....	98
Слика 7.5: Упоредни приказ броја ангажованих тимова радника за II групу примера .....	100
Слика 7.6: Упоредни приказ укупних трошкова ангажовања радника за <i>интегрисани</i> и <i>секвенцијални приступ</i> за II групу примера.....	100

## **СПИСАК СКРАЋЕНИЦА**

ВТП	возач тегљача с полуприколицом
ЛКТ	лучки контејнерски терминали
ООК	оператор обалског крана
ОСД	оператор складишне дизалице
<i>ALV</i>	engl. Automated Lifting Vehicle
<i>ATV</i>	engl. Automated Guided Vehicle
<i>BACAP</i>	engl. Berth Allocation and quay Crane Assignment Problem
<i>BAP</i>	engl. Berth Allocation Problem
<i>DWAP</i>	engl. Dock Worker Assignment Problem
<i>EFT</i>	engl. Expected Finishing Time
<i>ETA</i>	engl. Expected Time of Arrival
<i>GC</i>	engl. Gantry Crane
<i>NP</i>	engl. Nondeterministic Polynomial Time
<i>QCAP</i>	engl. Quay Crane Assignment Problem
<i>QCDWAP</i>	engl. Quay Crane and Dock Worker Assignment Problem

<i>SC</i>	engl. Straddle Carrier
<i>TEU</i>	engl. Twenty Feet Equivalent Unit
<i>TSP</i>	engl. Travelling Salesman Problem
<i>ULCS</i>	engl. Ultra Large Container Ship
<i>VLCS</i>	engl. Very Large Container
<i>YC</i>	engl. Yard Crane
<i>YT</i>	engl. Yard Truck

## **1. УВОД**

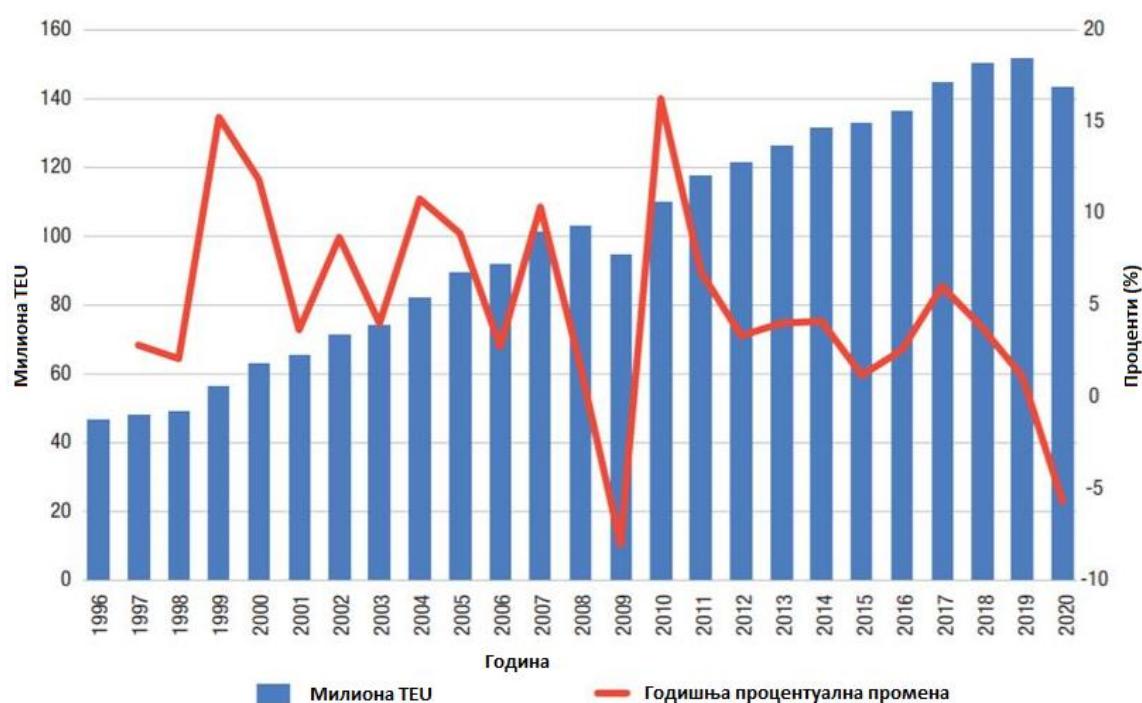
---

Поморски транспорт омогућава међународну трговину која је у сталном порасту. У том смислу, значајна улога поморског транспорта је у могућности да се превезу велике количине терета и обезбеди економија обима (engl. economies of scale). Поморским транспортом, 2019. године, превезено је 11,08 милијарди тона терета, што је за 0,5% више у односу на 2018. годину, у којој је забележен раст од 2,8% (UNCTAD, 2020).

Последњих деценија, због предности које нуде, а пре свега због једноставних и брзих претоварних операција, као и због смањења оштећења терета током транспорта и претовара, контејнери представљају основну товарно - манипулативну јединицу у поморском транспорту. Лука Хамбург (engl. Port of Hamburg) на свом сајту наводи да је стопа контејнеризације током 2020. године износила 99%. Поморским транспортом током 2019. године превезено је 151,9 милиона TEU (engl. Twenty-foot equivalent unit - TEU), што је за 1% више у односу на 2018. годину (UNCTAD, 2020) (Слика 1.1).

Као главне разлоге овако брзог раста поморског контејнерског транспорта, брже од светског економског раста, Vacca (2011) наводи смањење транспортних трошкова, повећање поузданости и безбедности.

Због глобалне пандемије која је имала негативне ефекте на транспорт, а нарочито на ваздушни и поморски, поморски транспорт контејнера 2020. године смањен је за 5% у односу на 2019. годину. Имајући у виду утицај светске економске кризе 2009. године на поморски контејнерски транспорт и његов брзи опоравак, може се очекивати да ће током 2021. поморски контејнерски транспорт наставити тренд раста који је имао до 2019. године.



**Слика 1.1:** Број TEU превезених поморским транспортом од 1996 до 2020. године (милиона TEUs), Извор: UNCTAD (2020)

Укупан промет контејнера у лучким контејнерским терминалима (ЛКТ) 2019. године износио је 811,2 милиона TEU, што је 16 милиона TEU више у

односу на 2018. годину (UNCTAD, 2020). Прелазак на *landlord*<sup>1</sup> модел управљања лукама, као и стварање стратешких партнрстава лучких оператора<sup>2</sup>, бродарства и логистичких компанија довели су до стварања глобалних лучких оператора који управљају бројним ЛКТ по целом свету. Пет највећих глобалних оператора ЛКТ током 2019. године остварило је више од 50% укупног промета контејнера у ЛКТ, а укупна пропусна способност ЛКТ којима управља ових пет оператора износи преко 600 милиона TEU (Табела 1.1).

**Табела 1.1:** Пропусна способност и промет пет глобалних оператора ЛКТ 2019. године, Извор: UNCTAD (2020)

Оператор	Промет (милиона TEUs)	Учешће у укупном промету свих лучких оператора (%)	Пропусна способност (милиона TEUs)
COSCO	109,8	13,7	141,6
PSA International	84,8	10,6	117
APM Terminals	84,2	10,5	107,6
Hutchison Ports	84,6	10,3	113
DP World	69,4	8,7	91

Ефекти глобализације видљиви су и код бродарства. Шест водећих бродарства превезло је око 60% укупног броја контејнера превезених поморским транспортом (Turnbull, 2011).

Тренд раста поморског контејнерског транспорта прати раст носивости и величине светске контејнерске флоте. Да би се реализовали контејнерски токови овог обима, нарочито дуж главних поморских контејнерских ruta, потребни су велики контејнерски бродови. Раст носивости контејнерских бродова настављен је и 2019. године, током које је изграђено 10

---

<sup>1</sup> Модел управљања лукама и инвестицирања, примењен у Републици Србији, према коме су лучко земљиште и лучка инфраструктура у својини Републике Србије, док лучки оператори обављају лучке услуге.

<sup>2</sup> Лучки оператор је правно лице које обавља једну или више лучких делатности. Закон о пловидби и лукама на унутрашњим водама (Службени гласник РС, бр. 73 од 12. октобра 2010, 121 од 24. децембра 2012, 18 од 13. фебруара 2015, 96 од 26. новембра 2015 - др. закон, 92 од 14. новембра 2016, 104 од 23. децембра 2016 - др. закон, 113 од 17. децембра 2017 - др. закон, 41 од 31. маја 2018, 95 од 8. децембра 2018 - др. закон, 37 од 29. маја 2019 - др. закон, 9 од 4. фебруара 2020)

контејнерских бродова носивости преко 23 хиљаде TEU. Ови бродови сада су већи од највећих танкера, бродова за превоз генералног терета и крузера, па се очекује стагнација у расту носивости. У прилог овој тврђњи иду и ограничења везана за димензије канала, бродоградилишта и лучку инфраструктуру (UNCTAD, 2020).

Имајући у виду принципе економије обима, може се закључити да с повећањем носивости контејнерских бродова долази до смањења трошкова изградње бродова по тони/контенеру носивости и смањења просечних трошкова транспорта по тони/контенеру, међутим, то није у потпуности тачно. Трошкови повезани с временом које брод проведе у луци имају супротан тренд, па функција укупних трошкова није монотоно опадајућа функција величине брода (Gkonis и Psaraftis, 2010).

Повећањем потражње у ЛКТ долази до загушења и до честих поремећаја плана рада, што повећава време чекања бродова на опслугу, као и укупно време које бродови проводе у ЛКТ. Како време које бродови проводе у ЛКТ представља један од кључних критеријума при избору ЛКТ, нарочито у линијској пловидби, оператори ЛКТ морају да проширују/повећавају број ресурса и/или да побољшавају процесе и оптимизују коришћење постојећих ресура, нарочито ресурсе на оперативној обали, директно укључене у опслугу бродова, као што су оперативна обала, обалски кранови и радници.

Проширење, повећање броја ресурса захтева велике инвестиције, које не доводе увек до повећања квалитета услуге, тј. до скраћења времена које бродови проводе у ЛКТ из више разлога. Као главни разлог Iris (2016) истиче ограничење броја транспортно - претоварних средстава који једновремено могу да опслужују брод.

Развој и примена нових технологија последњих деценија довели су до значајног повећања производности транспортно - претоварних средстава, а

самим тим и до смањења времена које бродови проводе у луци. Примена сваке следеће иновације има све мање и мање ефекта на повећање производности јер су највеће технолошке иновације већ примене (Notteboom, 2010).

На основу наведених података може се закључити да се у поморском контејнерском транспорту истиче неколико трендова:

- раст степена контејнеризације генералних терета;
- раст светске контејнерске флоте, раст броја контејнерских бродова;
- раст носивости контејнерских бродова;
- смањење броја ЛКТ дуж пута у које пристају контејнерски бродови;
- раст промета контејнера у ЛКТ.

У литератури постоји мали број радова у којима су проблем додељивања оперативне обале (engl. Berth Allocation Problem - *BAP*) и обалских кранова разматрани заједно, док проблем распоређивања радника није истовремено разматран. Чињеница да у ЛКТ трошкови ангажовања радника имају значајан удео у укупним оперативним трошковима указује на значај разматрања и решавања овог проблема, који се традиционално, *секвенцијалним приступом*, решава последњи, што доводи до ангажовања великог броја радника који су активни само током дела смене.

Поред наведених мотива, актуелност теме представља додатни мотив за избор теме.

## 1.1. Предмет, циљ и полазне хипотезе истраживања

---

Предмет истраживања ове докторске дисертације јесу проблеми распоређивања ресурса у ЛКТ, односно, могућност обједињавања више проблема распоређивања ресурса, укључених у опслугу бродова. Посебан акценат је на интегрисању проблема распоређивања радника, који има највећи утицај на оперативне трошкове терминала, а који се решава после распоређивања осталих ресурса на оперативној обали.

Циљ овог истраживања је развој нових модела за проблем распоређивања радника у ЛКТ, као и за обједињени проблем распоређивања ресурса укључених у опслугу брода. Тестирањем ће се испитати оправданост предложеног интегрисаног приступа и могућности за добијање оптималног решења релаксацијом модела за обједињени проблем.

Полазне хипотезе су:

- *интегрисаним приступом* проблемима распоређивања ресурса смањује се потребан број радника у односу на *секвенцијални приступ* проблемима.
- *интегрисаним приступом* проблемима распоређивања ресурса смањују се оперативни трошкови оператора ЛКТ за пружен исти квалитет услуга бродовима, добијен *секвенцијалним приступом*.

Дисертација је структурирана у складу с постављеним циљем и полазним хипотезама у осам поглавља.

У првом, уводном поглављу образложени су мотиви за избор теме докторске дисертације, дефинисани су предмет и циљ истраживања, као и полазне хипотезе.

У другом поглављу дефинисане су основне функционалне целине ЛКТ и описане најчешће примењивање технологије претовара, транспорта и складиштења контејнера у ЛКТ.

У трећем поглављу је описан процес планирања у лукама. Дефинисани су плански нивои, као и задаци који се решавају у оквиру ових планских нивоа, с посебним освртом на оперативно планирање и управљачке одлуке које се доносе на овом планском нивоу.

У четвртом поглављу описани су појединачни проблеми распоређивања лучких ресурса, укључених у опслугу бродова: додељивање оперативне обале и обалских кранова бродовима и распоређивање лучких радника. На крају поглавља указано је на повезаност ових проблема.

У петом поглављу математички је формулисан релаксиран проблем распоређивања ресурса ЛКТ, укључених у опслугу бродова (engl. Quay Crane and Dockworker Assignment Problem - QCDWAP). У овој формулацији позиција брода на оперативној обали дефинисана је као параметар, чија се вредност добија прелиминарним решавањем проблема *BAP*. Поред тога на основу решења проблема *BAP*, тј. добијеног плана опслуге бродова на оперативној обали, дефинисан је и временски прозор  $[S_i, E_i]$  током ког је броду  $i$  на располагању додељена позиција.

У шестом поглављу описана је оригинална процедура развијена за потребе дисертације и назvana *интегрисани приступ* проблемима распоређивања ресурса, укључених у опслугу бродова. У овом поглављу детаљно су описане Лагранжова релаксација и Подградијентна метода, коришћене за прелиминарно решавање проблема *BAP*, које су први пут прилагођене и коришћене за решавање проблема *BAP* у Park и Kim (2002, 2005). На крају

овог поглавља описан је и *секвенцијални приступ* проблемима распоређивања ресурса, укључених у опслугу бродова.

У седмом поглављу дати су улазни параметри и нумерички примери на којима је извршено тестирање *интегрисаног приступа*. Затим су приказани резултати тестирања и извршена је статистичка верификација добијених резултата.

Закључна разматрања и правци будућих истраживања дати су у осмом поглављу.

## **2. ЛУЧКИ КОНТЕЈНЕРСКИ ТЕРМИНАЛИ**

---

"Лука је водни и са водом повезани простор који је изграђен и опремљен за пријем домаћих бродова и бродова стране заставе, њихово укруцање и искруцање, складиштење, дораду и оплемењивање робе, пријем и испоруку робе другим видовима транспорта (друмски, железнички, интермодални и цевоводни транспорт), укруцање и искруцање путника, као и за пружање других логистичких услуга потребних за развој привреде у залеђу луке. Лучки терминали, сидришта, као и делови водног пута који омогућавају обављање лучке делатности су саставни делови лука."<sup>3</sup>

Луке су један од најзначајнијих претоварних чвррова у контејнерским транспортним мрежама, у којима се контејнери могу претоварати с, транспортних средстава једног на транспортна средства другог вида транспорта.

---

<sup>3</sup> Закон о пловидби и лукама на унутрашњим водама, (Службени гласник РС, бр. 73 од 12. октобра 2010, 121 од 24. децембра 2012, 18 од 13. фебруара 2015, 96 од 26. новембра 2015 - др. закон, 92 од 14. новембра 2016, 104 од 23. децембра 2016 - др. закон, 113 од 17. децембра 2017 - др. закон, 41 од 31. маја 2018, 95 од 8. децембра 2018 - др. закон, 37 од 29. маја 2019 - др. закон, 9 од 4. фебруара 2020)

ЛКТ су специјализовани терминали, опремљени за опслугу контејнерских бродова, тј. претовар и складиштење контејнера. Могу се дефинисати као отворен систем за проток контејнера који има две екстерне везе. Веза с водним транспортом је оперативна обала, док улазно/излазна капија представља везу с копненим видовима транспорта (Meisel, 2009; Steenken и сар., 2005; Vis и De Koster, 2003).

ЛКТ се може поделити на четири повезене функционалне целине (Слика 2.4): оперативна обала, транспортна зона, складишна зона и улазно/излазна зона (C. Iris, 2016; Meisel, 2009). Неки аутори (Bichou, 2009; Vacca, 2011) транспортну зону не издвајају као посебну функционалну зону ЛКТ, већ је посматрају као део три преостале функционалне зоне ЛКТ. Између ових зона реализују се токови контејнера, а паралелно с овим токовима, и токови информација.

Оперативна обала граница је између акваторије и територије луке (Radmilović, 2002). Обухвата кејски зид који служи за пристајање бродова и механизацију за истовар и утовар контејнера са брода, односно, на брод. Основна намена оперативне обале је да омогући безбедно пристајање и стајање бродова током претоварних операција (Radmilović, 2002) и најчешће прати линију обале.

Појавом великих контејнерских бродова, због смањења времена опслуге појављују се и специјални конструктивни облици оперативне обале, као што је увучено претоварно место. На увученом претоварном месту брод пристаје управно на линију обале, а опслуга брода обавља се једновремено с обе стране брода, што доводи до скраћења времена опслуге брода. Прво увучено претоварно место изграђено је у Amsterdam Container Terminals (раније Ceres Paragon Terminals) (Carlo и сар., 2015; Vis и сар., 2017) (Слика 2.1). Иако примена увучених претоварних места значајно скраћује време опслуге бродова у односу на традиционалну оперативну обалу њену

широку примену успоравају два значајна недостатка, а то су: високи трошкови изградње и ограничено кретање обалских кранова.



**Слика 2.1:** Увучено претоварно место у Amsterdam Container Terminals,  
Извор: <https://theloadstar.com/amsterdams-white-elephant-is-put-out-of-its-misery/>

Обалски кранови или обалске дизалице (engl. Ship-to-shore cranes, Quay crane) посебно су пројектовани за истовар контејнера са бродова на оперативну обалу, као и за утовар контејнера с опративне обале на бродове (Слика 2.2). Обалски кранови најчешће се крећу по шинама, па им је кретање дуж опративне обале ограничено тренутним позицијама суседних кранова. Мањи број ЛКТ опремљен је обалским крановима који за кретање користе пнеуматике.



**Слика 2.2:** Обалски кранови у ЛКТ, Извор: <https://www.apmterminals.com>

На основу контејнерских бродова које могу да опслужују, обалске кранове можемо поделити у четири категорије: Panamax, Post Panamax, Super Post Panamax и Mega Max (Табела 2.1).

**Табела 2.1:** Техничке карактеристике обалских кранова, Извор: [www.liebherr.com](http://www.liebherr.com)

	Panamax	Post Panamax	Super Post Panamax	Megamax
Носивост [t]	до 65	до 65	до 100	до 100
Дохват [m]	до 38	до 45	до 53	преко 53
Дохват, број контејнера по ширини брода	до 13	до 16	до 19	преко 20
Висина дизања [m]	до 30	до 35	до 40	преко 40
Брзина кретања портала[m/min]	45	45	45	45
Брзина кретања колица [m/min]	150-180	180-210	210-240	210-240
Брзина дизања с теретом/без терета[m/min]	50/125	60/150	70/175	90/180

У оквиру транспортне зоне реализује се хоризонтални транспорт контејнера између оперативне обале, складишта и улазно/излазне капије.

За транспорт контејнера у оквиру ЛКТ најчешће се користе контејнерски јахачи (engl. Straddle Carrier - SC), тегљачи с полууприколицама (engl. Yard Truck - YT) и различити типови аутоматски вођених возила (engl. Automated Guided Vehicles - ATVs, Automated Lifting Vehicles - ALVs).

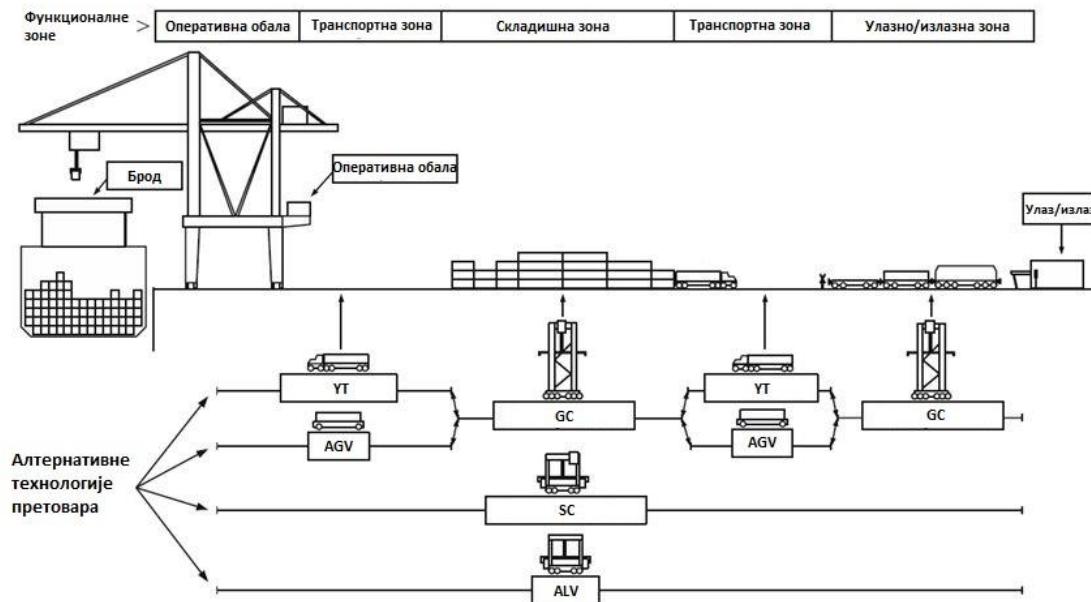
Контејнерско складиште најчешће обухвата неколико зона у којима се складиште увозно/извозни контејнери који се допремају/отпремају бродовима, затим зоне за складиштење празних и расхладних контејнера (Iris, 2016). Складишне зоне подељене су на четвороугаоне блокове, а између блокова су пролази за кретање транспортно - претоварних средстава (Слика 2.3). У зависности од примењене технологије, складишне блокове опслужују складишне дизалице (engl. Yard Crane - YC, Gantry Crane - GC), контејнерски јахачи и/или виљушкари.



**Слика 2.3:** Контејнерско складиште у Луци Gioia Tauro, Извор:  
<https://www.freightwaves.com>

Улазно/излазна капија је веза ЛКТ с копненим видовима транспорта на којој се обавља провера контејнера, терета и пратеће документације. После провере, у зависности од примењене технологије, камиони се упућују на почетак складишног блока одређеног за складиштење контејнера или на

паркинг, а железничке композиције се позиционирају на део колосека предвиђен за опслугу.



**Слика 2.4:** Шематски приказ технологија претовара, транспорт и складиштења контејнера у ЛКТ, Извор: Meisel (2009)

Пропусна способност ЛКТ је максимални број контејнера које ЛКТ може да претовари са брода на оперативну обалу или обратно унапред димензионисаном инфраструктуром и супраструктуром током одређеног временског периода.

### **3. ПЛАНИРАЊЕ И САБРАЋАЈНО-ТЕХНОЛОШКО ПРОЈЕКТОВАЊЕ ЛУКА**

---

Планирање у лукама је процес једновременог доношења различитих одлука везаних за инвестиције, пропусну способност, пројектовање, операције, стратегије и политике (Bichou, 2009). У зависности од посматраног планског периода планирање може бити стратешко, тактичко и оперативно (Meisel, 2009; Vis и De Koster, 2003; Vis и Harika, 2005).

Стратешко или дугорочно планирање обухвата проблеме везане за пројектовање луке, као што су избор локације, односно утврђивање лучког подручја<sup>4</sup>, доношење одлуке о броју и врсти специјализованих терминала, израда идејног решења, избор технологије и дефинисање степена

---

<sup>4</sup> „Лучко подручје је подручје луке или пристаништа које се користи за обављање лучке делатности, којим управља Агенција за управљање лукама, односно министарство надлежно за послове саобраћаја и на којем важи посебан режим контроле доласка и одласка пловила, као и уласка и изласка возила и лица. Лучко подручје обухвата лучко земљиште, као и парцеле водног земљишта на којима се установљава право службености за изградњу лучке инфраструктуре у складу с одредбама овог закона и закона којим се уређују воде“, Закон о пловидби и лукама на унутрашњим водама, (Службени гласник РС, бр. 73 од 12. октобра 2010, 121 од 24. децембра 2012, 18 од 13. фебруара 2015, 96 од 26. новембра 2015 - др. закон, 92 од 14. новембра 2016, 104 од 23. децембра 2016 - др. закон, 113 од 17. децембра 2017 - др. закон, 41 од 31. маја 2018, 95 од 8. децембра 2018 - др. закон, 37 од 29. маја 2019 - др. закон, 9 од 4. фебруара 2020)

автоматизације, саобраћајно - технолошко пројектовање луچке инфраструктуре и супраструктуре, укључујући и саобраћајнице које су део лучке инфраструктуре, доношење одлука о склапању стратешких партнерстава са бродарствима итд. Дужина планског периода за који се формирају стратешки планови износи од неколико година до неколико десетија, а ове планове најчешће доносе државне институције. За промену одлука које су донете на овом планском нивоу потребне су велике инвестиције, а за њихову примену потребан је дужи временски период.

Тактичко или средњерочно планирање обухвата избор типа и одређивање броја транспортних, претоварних и транспортно-претоварних средстава, одређивање начина складиштења контејнера, додељивање складишних блокова корисницима итд. Циљ доношења ових одлука оператора ЛКТ јесте пружање услуга одговарајућег квалитета, уз минимизирање потребног броја ресурса.

Оперативно или краткорочно планирање обухвата одлуке које оператор ЛКТ доноси за краћи временски период до неколико дана, као и одлуке које доноси у реалном времену. Формира се детаљан план рада луке, у циљу ефикасног пружања услуга и коришћења луčких ресурса. Неки од примера одлука које се доносе јесу: додељивање оперативне обале бродовима, додељивање обалских кранова бродовима, формирање детаљног плана рада обалских кранова, одређивање ruta транспортно - претоварних средстава, додељивање складишних места контејнерима, распоређивање радника итд. Према (Vacca, 2011) оперативно панирање у ЛКТ можемо поделити у три групе:

- додељивање оперативне обале бродовима,
- додељивање обалских кранова и формирање плана рада обалских кранова и

- операције преноса контејнера у луци, складиштење и слагање контејнера.

Плански нивои су повезани и не постоје јасне границе између њих, пошто донете одлуке у оквиру једног планског нивоа утичу на одлучивање на другим планским нивоима, па се у литератури могу наћи и предлози другачијих подела по истом критеријуму (Steenken и сар., 2005).

Kim и Günther (2007) задатке одлучивања у лукама поделили су на: задатке пројектовања, задатке оперативног планирања и задатке управљања у реалном времену. Bichou (2009) је планирање у лукама поделио на дугорочно, стратешко и оперативно планирање, док се према Tomas B. J. (1985) све одлуке које се доносе у лукама могу сврстати у једну од следећих група: краткорочно или тактичко планирање, средњорочно или стратешко и дугорочно планирање. Böse (2011) планирање у лукама дели на: планирање инфраструктуре, планирање супраструктуре и планирање операција.

Циљ планирања је проналажење баланса између недостатка и вишке ресурса за одговарајуће трошкове, цене услуга и квалитет услуге узимајући у обзир ограничења у вези с просторним плановима, коришћењем земљишта, заштитом животне средине итд. (Bichou, 2009). Међутим, овако дефинисан циљ може бити постављен при стратешком и тактичком планирању при којима се доносе одлуке о броју ресурса, док су циљеви на оперативном планском нивоу најчешће смањење трошкова за задати квалитет услуге или повећање квалитета услуге при одређеним трошковима.

Луке су комплексни пословни системи, у чије су пословање укључени бројни учесници, који могу имати и супротстављене интересе. Време које брод проведе у ЛКТ за бродаре представља непродуктивно време, и теже да га минимизирају, па је приликом избора ЛКТ, код линијске пловидбе, ово

време један од кључних критеријума за доношење одлука. Да би испунили захтеве бродара оператори ЛКТ формирају оперативне планове тако да су примарни циљеви усмерени на кориснике, док су секундарни циљеви усмерени на продуктивност.

Alderton (2008) као најзначајније циљеве планирања у ЛКТ издваја следеће:

- минимизирање накнада које плаћају лукчи корисници,
- минимизирање укупних трошкова транспорта корисника луке,
- минимизирање трошкова лучког оператора,
- максимизирање користи лучког оператора,
- максимизирање користи градова, региона и држава у залеђу луке.

## **4. ПРОБЛЕМИ РАСПОРЕЂИВАЊА ЛУЧКИХ РЕСУРСА, УКЉУЧЕНИХ У ОПСЛУГУ БРОДОВА**

---

Суочени са захтевима за смањење времена опслуге бродова, оператори ЛКТ морају да проширују и иновирају ресурсе и/или да оптимизирају процесе и побољшавају искоришћење постојећих ресурса. Искоришћеност ресурса има велики утицај на ефикасност ЛКТ (Chang и сар., 2010). Ово се посебно односи на ресурсе на оперативној обали, директно укључене у опслугу брода.

Оперативна обала и обалски кранови дефицитарни су ресурси у ЛКТ, чије проширивање (повећање дужине оперативне обале, броја пристајалишних места и броја обалских кранова) представља велику инвестицију за оператере ЛКТ (Park и Kim, 2002). Немају све луке могућност за проширење и куповину нове опреме, а разлози су најчешће економског и социо-економског карактера, као и ограничења у вези са заштитом животне средине (Meisel, 2009). Ове инвестиције могу да буду трошковно

неефикасне, нарочито у ситуацијама када постоји велика флуктуација потребног броја ресурса (Imai и сар., 2007).

У лукама које имају низак степен аутоматизације радници представљају значајан ресурс, најчешће дефицитаран. Број квалификованих радника, обучених за рад с транспортно - претоварним средствима на оперативној обали ограничен је (Nottetoom, 2012), а све строжи захтеви синдиката, које је тешко испунити, значајно усложњавају проблеме распоређивања ових радника (Legato и Monaco, 2004).

Да би оператори ЛКТ испунили захтеве бродара за бржом опслугом, морају да ускладе и што боље искористите ограничene ресурсе ЛКТ (Vukicevic Bisevac и сар., 2021).

У следећим поглављима описана су три проблема распоређивања ресурса ЛКТ, директно укључена у опслугу бродова.

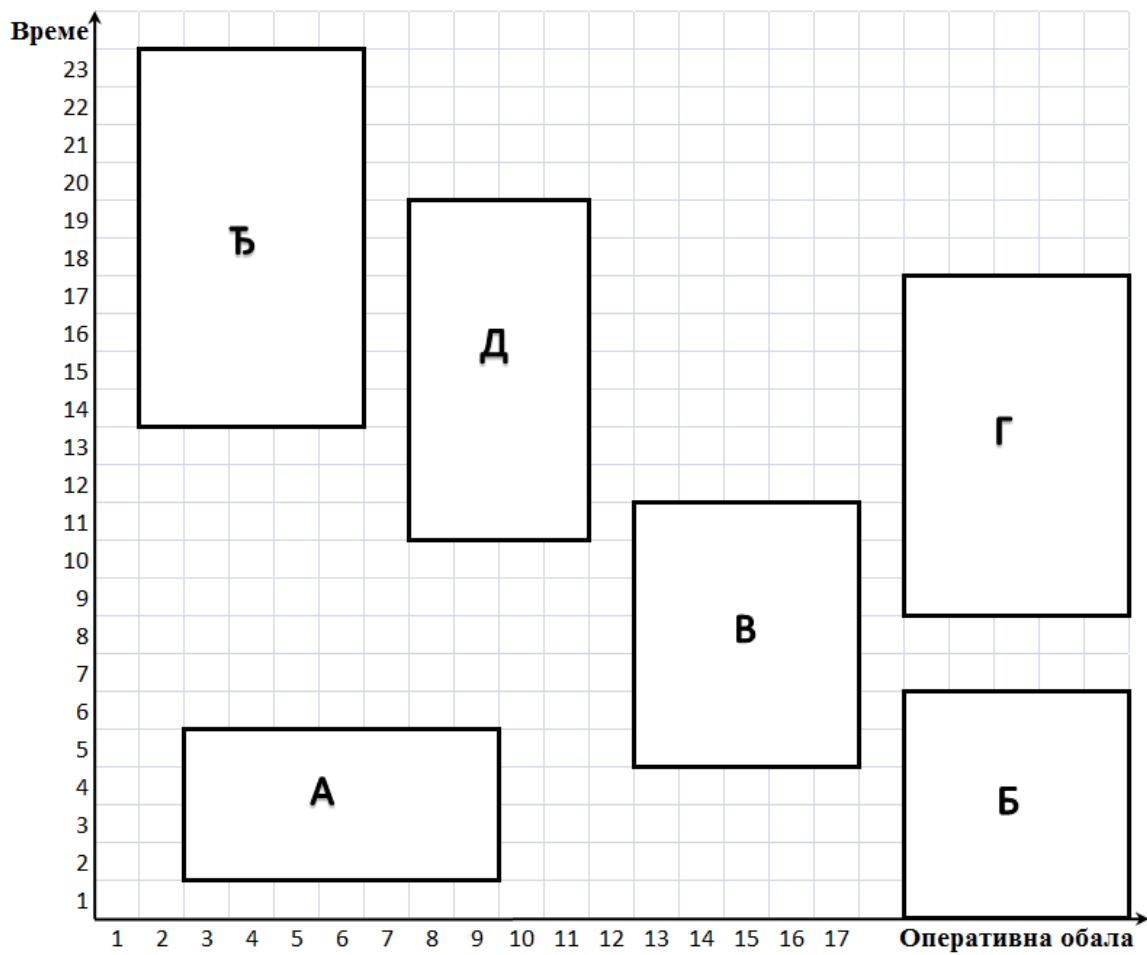
#### **4.1. ДОДЕЉИВАЊЕ ОПЕРАТИВНЕ ОБАЛЕ И ОБАЛСКИХ КРАНОВА БРОДОВИМА**

---

Свим бродовима, чији се наилазак очекује у посматраном временском периоду, потребно је доделити претоварно место или део оперативне обале, на коме ће се извршити операције истовара/утовара контејнера. Поред тога, за сваки брод потребно је одредити временски период у коме је броду на располагању додељено претоварно место или део оперативне

обале, тако да два брода не буду на истом претоварном месту или делу оперативне обале у истом тренутку. Можемо сматрати да је дужина оперативне обале фиксна/ограничена у краћем временском периоду. Будући да оперативна обала најчешће представља уско грло, које ограничава пропусну способност ЛКТ, ефикасно коришћење овог дефицитарног ресурса један је од кључних циљева оперативног планирања.

Решење проблема додељивања оперативне обале бродовима (engl. Berth Allocation Problem - *BAP*) чини план опслуге бродова који може бити приказан у просторно - временском дијаграму (Слика 4.1). Сваки правоугаоник представља по један брод. Хоризонтална страница правоугаоника одговара позицији брода на оперативној обали, док вертикална страница одговара временском периоду током ког се обавља опслуга брода на претоварном месту, тј. делу оперативне обале током једног дана.



**Слика 4.1:** Графички приказ решења проблема додељивања оперативне обале у просторно-временском дијаграму - план дневне опслуге бродова на оперативној обали, Извор: Park и Kim (2005)

У литератури постоје бројне формулатије проблема додељивања оперативне обале бродовима које се деле на основу полазних претпоставки. У зависности од организационе структуре оперативне обале, проблем додељивања оперативне обале бродовима можемо поделити на (Bierwirth и Meisel, 2010; Carlo и сар., 2015; Imai и сар., 2005; Ç. Iris и сар., 2017):

- Дискретни: Оперативна обала је подељена на пристајалишта, односно претоварна места. У сваком временском тренутку на једном претоварном месту може се опслуживати само један брод (Слика 4.2а). Оперативна обала може бити подељена због конструкцијских карактеристика или из практичних разлога при планирању.

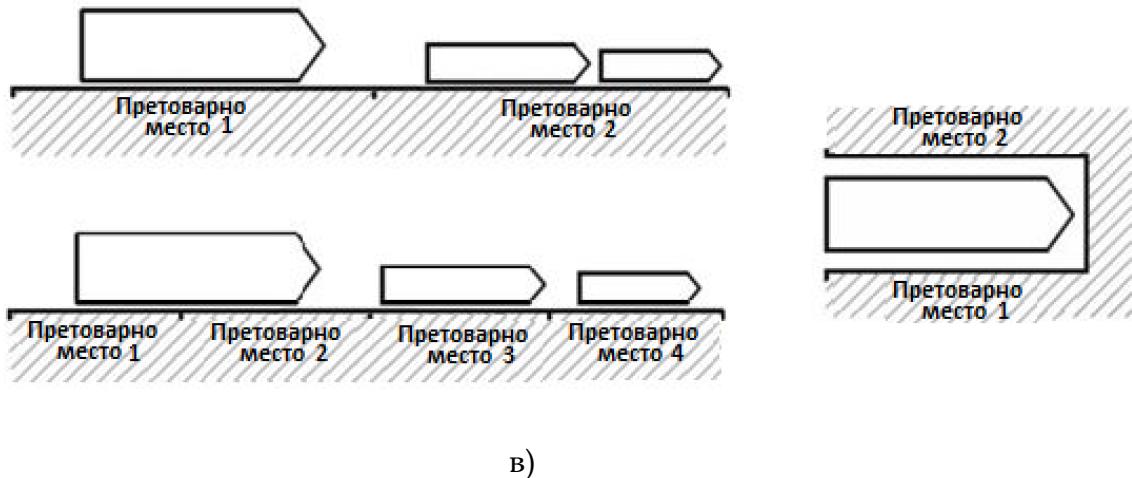
- Континуални: Брод може бити опслужен на произвољном месту дуж оперативне обале (Слика 4.2б).
- Хибридни: Специјални конструктивни облици оперативне обале, најчешће конструисани у циљу брже опслуге великих прекоокеанских контејнерских бродова, као што је увучена оперативна обала. Као и специјални случајеви дискретне организационе структуре оперативне обале, код које једном већем броду може бити додељен већи број претоварних места или више мањих бродова може бити опслужено на једном претоварном месту (Слика 4.2в).



a)



б)



**Слика 4.2:** Организациона структура оперативне обале, а) Дискретна; б) Континуална и в) Хибридна, Извор: Meisel (2009)

У зависности од начина на који је време почетка опслуге брода ограничено, проблеме додељивања оперативне обале бродовима можемо поделити на (Bierwirth и Meisel, 2010; Carlo и сар., 2015; Vis и Де Koster, 2003) :

- Статички: Код статичког проблема додељивања оперативне обале бродовима не постоје ограничења везана за време наиласка брода у луку. Опслуга брода може почети било када током посматраног периода.
- Динамички: За сваки брод познато је очекивано време наиласка (engl. Expected Time of Arrival - ETA). Опслуга брода не може почети пре ETA. Међутим, постоје истраживања у којима је проблем додељивања оперативне обале моделиран тако да се почетак опслуге пре ETA пенализује додатним трошковима. Ови трошкови поистовећују се с трошковима потрошње додатног горива, насталим услед убрзања којим брод покушава да пристане у луку пре ETA.

У зависности од начина дефинисања времена опслуге брода, разликујемо:

- проблеме додељивања оперативне обале у којима је време опслуге фиксно и унапред познато,

- проблеме додељивања оперативне обале у којима време опслуге брода зависи од: додељеног претоварног места или дела оперативне обале, броја додељених обалских кранова, плана рада кранова, плана рада возила за транспорт контејнера с оперативне обале до складишта и обрнуто итд.

Још једна значајна подела проблема додељивања оперативне обале јесте у односу на критеријумску функцију. Најчешће коришћена критеријумска функција је функција трошкова дефинисана са становишта бродара.

Као што је раније наведено, при оперативном планирању примарни критеријуми по којима се решавају проблеми оперативног планирања, дефинисани су са становишта корисника лучких услуга, као што су: време опслуге бродова, укупно време које бродови проведу у луци, време чекања бродова у луци, укупни трошкови бродара у луци, укупно кашњење завршетка опслуге бродова у луци итд.

Као секундарни критеријуми користе се критеријуми дефинисани са становишта оператора ЛКТ, као што су: искоришћеност лучких ресурса, оперативни трошкови оператора ЛКТ, укупни трошкови оператора ЛКТ, укупно пређено растојање транспортно претоварне механизације итд. Поред ових, у литератури се могу наћи и бројне друге поделе проблема додељивања оперативне обале.

Поред оперативне обале, велики утицај на време опслуге бродова има и производност обалских кранова. Време опслуге брода зависи од броја и производности обалских кранова који опслужују брод. Под претпоставком да ЛКТ располаже идентичним обалским крановима, проблем додељивања обалских кранова бродовима можемо дефинисати на следећи начин: за сваки брод чији се наилазак очекује током планског периода потребно је одредити број кранова који ће га опслуживати, осим код дискретног проблема додељивања оперативне обале, код којег су обалски кранови већ

распоређени по претоварним местима. Овај проблем у литератури је познат под називом проблем додељивања обалских кранова бродовима (број) (engl. Quay crane assignment problem (number)).

После одређивања броја обалских кранова који ће опслуживати бродове или упоредо с њим, потребно је одредити који ће обалски кран опслуживати који брод, и током ког периода, водећи рачуна о распореду кранова на оперативној обали (engl. Quay crane assignment problem (specific)).

У наставку је дат математички модел проблема додељивања оперативне обале бродовима, у којем време опслуге бродова зависи од броја додељених обалских кранова. Овај математички модел формулисали су Park и Kim (2005).

У математичком моделу коришћене су следеће ознаке:

Параметри:

$S$  – скуп бродова чији се наилазак очекује током планског периода,

$NQC$  – укупан број обалских кранова којима располаже ЛКТ,

$RH$  – скуп једночасовних временских сегмената планског периода,

$BP$  – скуп различитих позиција на оперативној обали које могу бити додељене бродовима,

$ETA_i$  – очекивано време наиласка брода  $i$ ,

$EFT_i$  – очекивано време завршетка опслуге брода  $i$ ,

$bp_i$  – захтевана позиција на оперативној обали брода  $i$ ,

$qc_i$  – укупан број кран-часова потребних за истовар/утовар свих контејнера са брода, односно, на брду  $i$ ,

$qc_i^{min}$  – минимални број обалских кранова који морају бити додељени брду  $i$  током опслуге,

$qc_i^{max}$  – максималан број обалских кранова који могу бити додељени брду  $i$  током опслуге,

$c_{1i}$  – јединични трошкови одступања додељене од захтеване позиције на оперативној обали брода  $i$ ,

$c_{2i}$  – јединични трошкови убрзања, уколико је почетак опслуге брода  $i$  планиран пре  $ETA_i$ , (engl. speed-up cost),

$c_{3i}$  – јединични трошкови чекања уколико је почетак опслуге брода  $i$  планиран након  $ETA_i$ , (engl. waiting cost),

$c_{4i}$  – јединични трошкови кашњења уколико је крај опслуге брода  $i$  планиран после очекиваног времена завршетка опслуге  $EFT_i$  (engl. Expected Finishing Time - EFT), (engl. delay cost),

Променљиве:

$b_i$  – позиција на оперативној обали додељена броду  $i$ ,

$S_i$  – временски сегмент од ког је броду  $i$  на располагању додељена позиција на оперативној обали,

$E_i$  – временски сегмент до ког је броду  $i$  на располагању додељена позиција на оперативној обали,

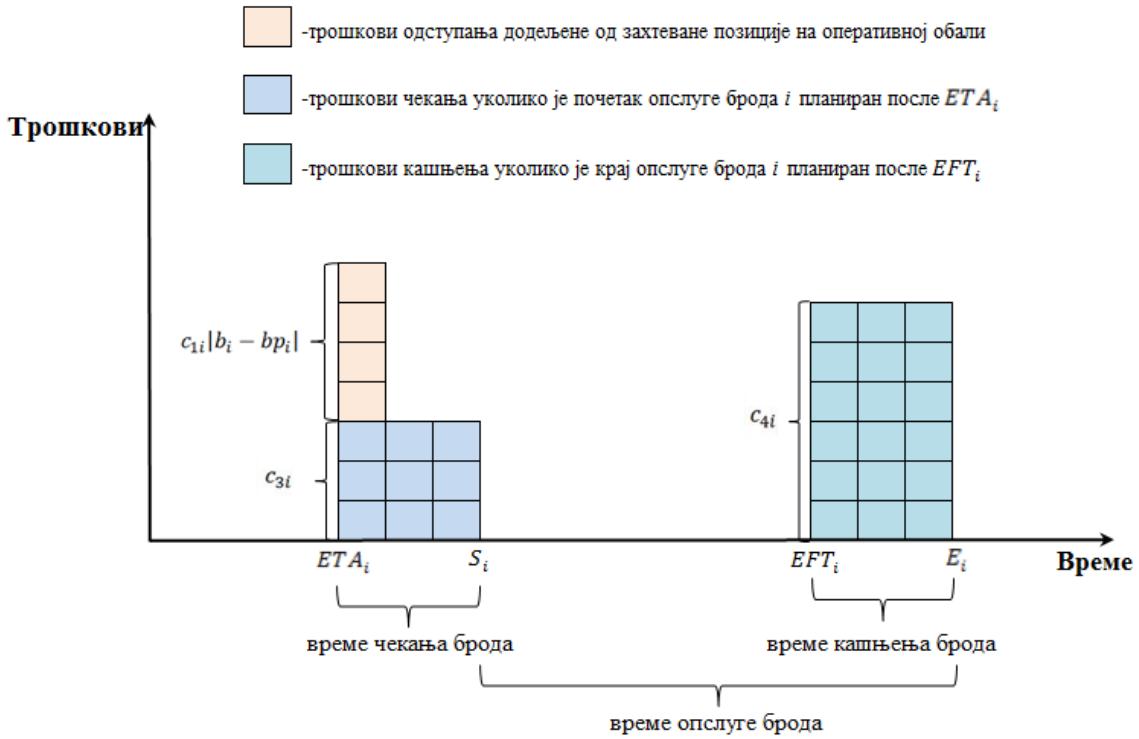
$z_{ipl}$  – бинарна променљива,  $z_{ipl} = 1$  ако је броду  $i$  током временског сегмента  $p$  додељен сегмент оперативне обале  $l$ .

$q_{ip}$  – целобројна променљива, број обалских кранова додељених броду  $i$  током временског сегмента  $p$ ,

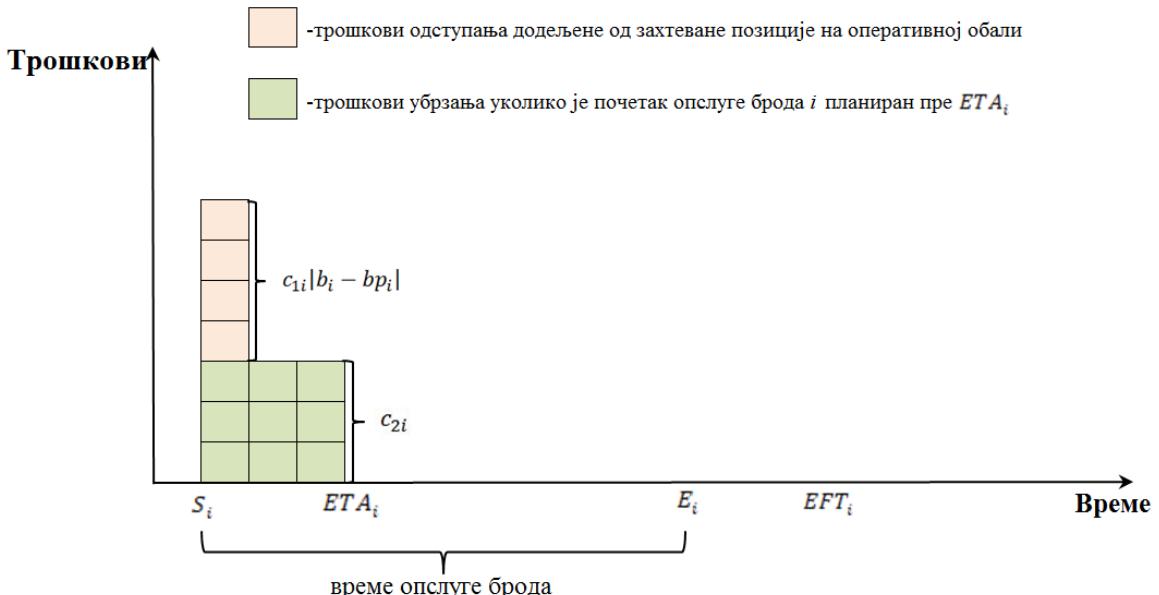
$$q_{ip} = \{0, qc_i^{min}, \dots, qc_i^{max}\} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Min } & \sum_{i \in S} \{ c_{1i} |b_i - bp_i| + c_{2i}(ETA_i - S_i)^+ + c_{3i}(S_i - ETA_i)^+ \\ & + c_{4i}(E_i - EFT_i)^+ \} \end{aligned} \quad (2)$$

Критеријумска функција представља трошкове бродара у луци који зависе од плана опслуге бродова на оперативној обали (Слике 4.3 и 4.4).



Слика 4.3: Трошкови бродара у луци ако је почетак опслуге планиран после  $ETA_i$ , а крај опслуге после  $EFT_i$ .



Слика 4.4: Трошкови бродара у луци ако је почетак опслуге планиран пре  $ETA_i$ , а крај опслуге пре  $EFT_i$ .

Уз ограничења:

$$\sum_{i \in S} z_{ipl} \leq 1, \forall p \in PH, l \in BP \quad (3)$$

Ограниченијем (3) обезбеђује се да се током једног просторно-временског сегмента може опслуживати само један брод, тј. није дозвољено преклапање бродова у просторно временско дијаграму.

$$\sum_{i \in S} q_{ip} \leq NQC, \forall p \in PH \quad (4)$$

Током сваког временског сегмента посматраног планског периода број додељених обалских кранова не сме бити већи од броја обалских кранова којима располаже ЛКТ. Ово је дефинисано ограничењем (4).

$$\sum_{p \in PH} q_{ip} \geq qc_i, \forall i \in S \quad (5)$$

Услов да број додељених кран-часова мора бити већи или једнак броју потребних кран-часова за сваки брод, обезбеђен је ограничењем (5).

## 4.2. РАСПОРЕЂИВАЊЕ ЛУЧКИХ РАДНИКА

---

У ЛКТ радници представљају значајан ресурс који има велики утицај на конкурентност ЛКТ. Ово се посебно односи на лучке раднике, укључене

у истовар, утовар, складиштење и транспорт терета унутар ЛКТ, који су уједно и предмет истраживања ове дисертације.

Аутори рада Barton и Turnbull (2002) су на основу података, прикупљених од представника власти, оператора ЛКТ и лучких радника, закључили да су кључни фактори који одређују конкурентност ЛКТ: доступност адекватно обучених лучких радника, континуално обучавање, флексибилност, мобилност и висок степен стално запослених радника. Поред тога, флексибилност, продуктивност, квалитет и трошковна ефикасност лучких радника доприносе конкретности компанија чије је пословање повезано с лукама (Notteboom, 2010).

Законска регулатива која се односи на лучке раднике и радна пракса значајно утичу на репутацију ЛКТ код корисника, као и на потенцијалне инвестиције, а самим тим и на дугорочни развој ЛКТ (Barton и Turnbull, 2002).

Увођењем нових технологија оператори ЛКТ покушавају да повећају промет. Да би компензовали високе трошкове услед примене нових технологија, оператори ЛКТ смањују број радника (Notteboom, 2010). Поред увођења нових технологија, на смањење броја лучких радника утицали су и контејнеризација и приватизација лука. Контејнеризација је утицала и на промену захтеваних вештина и квалификација радника, као и на трајање периода за који се ангажују радници. Данас су операторима ЛКТ потребни висококвалификовани радници, који се ангажују за дужи период, и који се континуално обучавају (Слика 4.5).

Физички радници	→	Обучени специјализовани радници
Привремено ангажовање радника	→	Стално запослени радници
Неформална обука и тренинг	→	Формална обука и тренинг
Лучки радници мушких пола	→	Приближно једнака заступљеност оба пола

**Слика 4.5:** Промене у области лучког рада, Извор: Van Hooydonk (2014a)

Иако су многе операције аутоматизоване, а број лучких радника смањен, трошкови ангажовања лучких радника и даље имају велико учешће у укупним оперативним трошковима оператора ЛКТ, па се све више пажње посвећује оптималном и ефикасном коришћењу овог ресурса.

#### 4.2.1. Задаци лучких радника

Радници укључени у рад с теретом груписани су у тимове. Величина и састав тима лучких радника зависе од примењене технологије, врсте терета, врсте брода, ангажованих транспортно - претоварних средстава, радне праксе и синдикалних споразума (Alderton, 2008).

Као што је раније наведено, контејнеризација је довела до смањења броја радника, међутим, утицала је и на промену структуре лучких радника. Данас је у ЛКТ већина радника висококвалифицирана и обучена за коришћење софистицираних технологија (Van Hooydonk, 2014b), тако да, по потреби, може обављати више различитих задатака.

У ЛКТ најчешће један тим опслужује један обалски кран (Schonfeld и Sharafeldien, 1985) и чини га група радника која управља транспортно-претоварним средствима и група помоћних радника. Међутим, у зависности од задатка могу се формирати и тимови другачијег састава.

У дисертацији су разматрани најзначајнији задаци, од чијег извршења директно зависи време опслуге брода, а то су: оператор обалског крана - ООК (engl. quay craner), оператор складишне дизалице - ОСД (engl. yard craner) и возач тегљача с полуприколицом - ВТП (engl. truck trailer drivers). Такође је уведена и претпоставка да један тим радника чине један ООК, два ОСД и три ВТП.

#### **4.2.2. Трошкови ангажовања лучких радника**

---

У зависности од врсте терминала, трошкови ангажовања лучких радника чине од 15% до 75% укупних оперативних трошкова оператора ЛКТ. У терминалима за расуте терете удео трошкова лучких радника креће се од 15% до 20% у укупним оперативним трошковима, док је у терминалима за генералне терете овај удео од 40% до 75%. Иако су контејнерски терминали означени као капитално интензивни терминали у које су потребна већа улагања, а мање рада, трошкови лучких радника у овим терминалима чине од 50% до 70% укупних оперативних трошкова оператора ЛКТ (Van Hooydonk, 2014b).

Цена обављања одређеног задатка у луци зависе од многобројних фактора, као што су: квалификација радника који обавља задатак, смене у којој се обавља задатак, продуктивност радника којем је додељен задатак, сложеност задатка итд.

У дисертацији је, као и у Legato и Monaco (2004), претпостављено да цена по којој радник  $i$  обавља задатак  $k$ ,  $c_{ik}$ , зависна једино од квалификације радника  $k(i)$  и додељеног задатка  $k$ :

$$c_{ik} = c_{k(i),k} = \begin{cases} c_k & \text{ako je } k = k(i) \\ c_{k(i)} + (c_{k(i)} - c_k) & \text{ako je } 1 < p_{ik} < " \infty " \\ M & \text{ako je } p_{ik} = " \infty " \end{cases} \quad (6)$$

где је  $M$  доволно велик број.

Сваки радник, запослен у луци, обучен је за обављање једног главног задатка. Задатак  $k$  за који је радник  $i$  обучен има приоритет 1 ( $p_{ik} = 1$ ). Раднику који има већи степен стручности може бити додељен задатак за чије је обављање потребан нижи степен стручности, док обрнуто не важи.

#### 4.2.3. Потражња у ЛКТ

Појава великих контејнерских бродова класа VLCS (engl. Very Large Container Ship - VLCS) и ULCS (engl. Ultra Large Container Ship - ULCS) довела је до повећања флукутације потражње за лучким услугама у ЛКТ. Суочени с великим трошковима ових бродова, бродари морају да повећавају број обрта које брод направи у току године. Повећање броја обрта могуће је скраћењем времена пловидбе или скраћењем времена које брод проведе у ЛКТ (Meisel, 2009). Бродари смањују број ЛКТ које бродови посећују, а од оператора ЛКТ, укључених у руту, захтевају скраћење времена опслуге. Да би испунили ове захтеве оператори ЛКТ током опслуге ових бродова ангажују велики број транспортно-претоварних средстава и радника, док после опслуге долази до значајног смањења потребног броја средстава и радника.

Пре доласка брода у ЛКТ потребно је направити распоред рада свих ресурса потребних за што бржу опслугу брода, односно, потребно је одредити број ресурса, као и време за које су ресурси ангажовани за сваки тип ресурса. Будући да се план рада формира унапред, квалитет овако направљеног оперативног плана у највећој мери зависи од расположивости (доступности) и тачности информација.

Смањење цена информационих технологија, како хардвера тако и софтвера, довело је до развоја информационих система које користе оператори ЛКТ и бродари. Данас су ЛКТ опремљени савременим информационим системима, који омогућавају размену података у реалном времену између свих учесника и заинтересованих страна. Ови подаци најчешће се размењују у виду стандардизованих електронских порука *EDI* (engl. Electronic Data Interchange message - *EDI*).

Најмање 72h пре доласка брода у ЛКТ заповедник брода, бродар и/или агенти достављају Обавештење о доласку (engl. Notice of arrival) оператору ЛКТ. Обавештење би требало да садржи следеће податке:

- a) Податке о броду: име брода, државну припадност брода (застава), носивост, дужину брода преко свега, максималну ширину брода, газ итд.
- b) Податке о терету: број, тип и распоред контејнера на броду (engl. stowage plan), број контејнера које је потребно истоварити/утоварити, план истовара/утовара контејнера итд.
- c) Податке о плану пловидбе: очекиваном времену наиласка брода у луку (*ETA*), очекиваном времену завршетка опслуге брода у луци (*EFT*).

Будући да на време наиласка брода утиче задржавање брода у претходним лукама и временске прилике, овај податак се повремено ажурира. Поред тога, и информација о распореду контејнера на броду се ажурира након

сваке посете луци. Иако су развијени бројни софтвери за предвиђање времена пристајања брода, одступања су и даље значајна, нарочито у линијској пловидби код ЛКТ који нису први у које брод пристаје.

Од децембра 2005. до децембра 2009. године око 45% бродова линијске пловидбе забележило је одступање од најмање једног дана (Notteboom, 2010). На основу анализе података о пристајању 1.969 бродова у Луку Каљари (engl. Port of Cagliari). Pani и сарадници (2015) закључили су да је само 30% бродова пристало у интервалу ( $ETA-15$ ,  $ETA+15$ ), тј. одступање времена пристајања од  $ETA$  за само 30% бродова било је мање од 15 минута, док је просечно одступање израчунато за 10.611 бродова присталих у Луку Антверп (engl. Port of Antwerp) износило 78 минута, а само 1,8 % бродова је пристало у интервалу ( $ETA-15$ ,  $ETA+15$ ). Notteboom (2006) је анализом података из северних европских лука закључио да је 85% одступања настало услед загушења у лукама, што је довело до повећања времена чекања бродова, а као један од главних узрока загушења наводи пад производности.

Ово одступање и присуство незвесности значајно отежавају процес оперативног планирања у лукама.

#### **4.2.4. Флексибилност лучких радника**

Да би могли да пруже одговарајућу услугу свим корисницима у условима неизвесности и флуктуације потражње, лучки оператори користе и флексибилност лучких радника. Према Notteboom (2012) флексибилност лучких радника огледа се у броју лучких радника који су на располагању операторима ЛКТ, флексибилном радном времену лучких радника, броју

задатака које лучки радници могу да обављају, као и у величини и саставу тима лучких радника.

Поред радника запослених у ЛКТ (стално запослених радника) послове утовара, истовара, складиштења и транспорта терета унутар ЛКТ обављају и привремено ангажовани радници (унајмљени радници) за обављање задатака у једној или неколико смена, како би се задовољила нагло повећана потражња за радницима у луци.

У већини држава Европске уније постоје удружења регистрованих лучких радника, чије чланове по потреби ангажују лучки оператори. У зависности од прописа, и ови радници могу имати статус стално запослених радника које ангажују различити лучки оператори по потреби и они, и кад нису ангажовани, имају одређене користи или бенефиције. Међутим, постоје и државе у којима су сви лучки радници стално запослени (Белгија), као и државе у којима се сви лучки радници привремено ангажују (Немачка и Француска) (Turnbull, 2010).

Радно време ЛКТ је најчешће 24h и подељено је на три или четири регуларне смене у трајању од по 8h, односно 6h. У циљу испуњења/задовољења нагло повећане потражње, лучки оператори често уводе флексибилну и дуплу смену, као и друге облике прековременог рада.

Две сукcesивне регуларне смене чине једну дуплу смену, док је флексибилна смена неодређена регуларна смена која се, у зависности од потражње, најчешће дан раније, претвара у регуларну смену.

#### 4.2.5. Дугорочни и краткорочни план рада лучких радника

Будући да постоји велика неизвесност повезана с временима наиласка бродова, а самим тим и флуктуација потражње у ЛКТ, на квалитет оперативног плана у значајној мери утиче и дужина планског периода. Проблем распоређивања лучких радника начешће се решава кроз две фазе за различите планске периоде. Све строжи законски прописи и синдикални захтеви додатни су разлог за декомпоновање проблема и његово фазно решавање (Legato и Monaco, 2004).

Смене лучких радника планирају се унапред, најчешће за период од месец дана, док се детаљан распоред рада радника формира за један или два дана, на основу прецизнијих података о очекиваној потражњи.

У првој фази формира се план смена радника за период од месец дана. Сваком раднику додељује се низ састављен од регуларних (I, II, III и IV) и флексибилних смена (F) и нерадних дана (S) (Табела 4.1). Сваки елемент низа односи се на један дан плanskог периода. Додељивање се обавља тако да се задовољи очекивана потражња, односно, тако да свака смена у сваком дану плanskог периода буде додељена унапред одређеном броју радника. Овај проблем не разликује се од проблема распоређивања радника на смене у другим областима, па је интензивно изучаван. У Табели 4.1 дат је хипотетички пример месечног распореда рада лучких радника, осмишљен за потребе овог истраживања.

**Табела 4.1:** Пример месечног распореда рада пет лучких радника

Редни број радника	Дани планској периду									
	1	2	3	4	5	...		28	29	30
1	I	II	F	S	IV	...		S	F	II

2	S	II	IV	III	II	...	I	I	S
3	IV	III	S	F	I	...	IV	S	III
4	III	F	II	S	IV	...	II	I	IV
5	F	III	I	IV	III	...	II	I	F

У другој фази формира се детаљан распоред рада радника за један или два дана на основу прецизнијих података о очекиваној потражњи. У овај фази радницима којима је у првој фази додељена једна од три или четири регуларне смене, додељује се задатак у оквиру већ одређене смене. Радницима којима је у претходној фази додељена флексибилна смена, одређује се регуларна смена и додељује им се задатак у оквиру додељене смене.

Уколико има недодељених задатака, оператор ЛКТ може понудити бонусе радницима за прековремени рад (Nottetboom, 2010). У дисертацији је претпостављено да постоји одређени проценат лучких радника спремних да, поред регуларне смене, обављају задатак и у додатној смени која, заједно с регуларном, чини дуплу смену.

На крају се, уколико и даље има недодељених задатака, унајмљују радници за њихово обављање. У овој фази формира се детаљан план рада радника, тако да се трошкови ангажовања радника минимизирају. У Табели 4.2 приказан је детаљан распоред рада радника током првог дана, на основу месечног плана приказаног у Табели 4.1.

**Табела 4.2:** Пример детаљног распореда рада радника

Редни бр. радника	1	2	3		4	5
Квалификација	ВТП	ООК	ОСД		ООК	ОСД
Смена	I	S	III	IV	III	II
Задатак	ВТП	-	ОСД	ВТП	ООК	ВТП

ООК-оператор обалског крана

ОСД-оператор складишне дизалице

Будући да се ове одлуке доносе на основу различитих улазних података, за различите планске периоде и с различитим циљевима, као и да су проблеми који се решавају по природи потпуно различити, а да на време опслуге бродова и трошкове ангажовања радника највећи утицај има детаљан план рада радника, овим истраживањем обухваћена је друга фаза, тј. формирање детаљног распореда рада радника.

Овај проблем распоређивања лучких радника детаљно је описан и решаван у (Francesco и сар., 2015, 2016a, 2016b; Legato и Monaco, 2004; Monaco и сар., 2009; Serra, 2014; Vukicevic Bisevac и сар., 2021; Vukićević Biševac и Vukadinović, 2017, 2020; Vukicevic и сар., 2012; Vukićević, 2013; Zanda, 2019).

#### 4.2.6. Преглед литературе

У постојећој литератури која проучава проблеме лучких радника акценат је на социјалном аспекту, као што је улога синдиката и потреба за социјалним дијалогом (Turnbull, 2006), док је само неколико истраживања посвећено економском приступу проблему ангажовања лучких радника. У наставку су детаљно описана ова истраживања.

Kim и сарадници (2004) први су описали и математички моделирали проблем распоређивања радника који управљају транспортно-претоварним средствима у луци. Сваком транспортно-претоварном средству у сваком временском интервалу додељиван је радник који ће управљати тим средством. Аутори су овај проблем моделирали као проблем задовољења ограничења, а за решавање су дефинисали неколико хеуристичких процедура.

Legato и Monaco (2004) описали су, формулисали и решавали проблем распоређивања лучких радника, уочен у Луци Ђоја Тауро (engl. Medcenter container terminal Spa at the Gioia Tauro) у Италији. Проблем су декомпоновали и решавали у две фазе. Проблем додељивања месечног распореда радницима формулисали су као проблем задовољења ограничења и решавали га познатом хеуристиком, прилагођеном конкретном проблему. Проблем рапоређивања радника на задатке формулисали су као модел целобројног програмирања, за чије су решавање користили Методу гранања и ограничавања. Оба алгоритма примењена су и коришћена за распоређивање радника у контејнерском терминалу Луке Ђоја Тауро.

Lim и сарадници (2004) математички су моделирали и решавали проблем распоређивања сервисера у луци мотивисани потребама Луке Сингапур (engl. Port of Singapore Authority - PSA). Сервисери полазе из централног депоа и обављају задатке на појединим локацијама на терминалу, а затим се враћају у депо. За сваки задатак познат је потребан број радника, као и временски прозор у којем би задатак требало извршити. За решавање проблема предложили су три хеуристичка алгоритма.

У раду Hartmann (2005) дефинисан је општи математички модел за различите проблеме распоређивања у ЛКТ. У раду је описано и како се овај модел може користити за решавање неколико реалних проблема распоређивања у Луци Хамбург (engl. Port of Hamburg). Критеријумска функција је тежинска сума просечног кашњења по задатку и просечног времена потребног за припрему задатка.

Monaco и сарадници (2009) описали су неколико оперативних и тактичких задатака с којима се суочавају оператори ЛКТ. Поред тога, описали су и одговарајуће методе које се могу користити за решавање описаних проблема у Луци Ђоја Тауро.

Francesco и сарадници (2015) дефинисали су оптимизациони модел којим се радницима додељују смене, задаци и активности за плански период од два дана. Радницима су додељивана три задатка: оператор обалског крана, возач контејнерског јахача и возач тегљача с полуприколицом. За разлику од Legato и Monaco (2004), у овом раду дефинисане су две врсте активности. Активности истовара и утовара контејнера из контејнерског брода и на њега, које имају приоритет у односу на активности везане за транспорт и размештај контејнера у контејнерском сладишту. У раду је моделиран и недостатак радника који доводи до одлагања операција на оперативној обали, што за терминал представља додатни трошак. Овај оптимизациони проблем моделиран је за плански период од 48h (два дана), али на сваких 24h решава се по један оптимизациони модел. Добијено решење коначно је само за први дан планског периода, док други дан планског периода постаје први при следећој оптимизацији, када се добију прецизније информације о потражњи. Оптимизациони модел тестиран је на нумеричким примерима из Луке Ђоја Тауро. Тестирањем је показано да плански период од два дана смањује недостатак радника.

Рад Francesco и сарадници (2016a) представља наставак истраживања Francesco и сарадници (2014). Будући да постојећи начини формирања месечног распореда рада радника по сменама не користе све могућности флексибилности радника, предложили су две стратегије за ефикасније распоређивање радника на смене, задатке и активности. Стратегије су формулисане у циљу елиминације недостатака месечног распореда рада радника, што представља основ за доношење одлука при формирању дневног распореда рада радника. Као што је наведено, месечни распоред рада радника формира се понављањем одређеног обрасца, редоследа обављања смена, укључујући и флексибилну смену. Овај начин формирања месечног распореда ограничава број могућности, односно, број смена у које флексибилна смена може бити претворена. Ограничавајући фактори су смена која претходи и смена која следи

флексибилној смени, као и минимални нерадни период између два радна периода (смене). За превазилажење овог недостатка аутори су предложили груписање флексибилних смена (engl. clustered flexibility) у месечном распореду. Задатак ООК је најзахтевнији и најзначајнији задатак у ЛКТ, јер продуктивност ООК утиче на перформансе целог ЛКТ. Будући да продуктивност ООК опада током смене, аутори су предложили да задатак ООК радници обављају половину смене, а да им током друге половине смене буде додељен мање захтевни задатак (подела смене - engl. shift splitting). Дефинисане стратегије за побољшање распореда радника на смене, задатке и активности укључене су у претходно дефинисан оптимизациони модел (Francesco и сар., 2014). Поред тога, овим моделом обухваћени су и трошкови постојања вишке радника. Предложени модел је тестиран, а добијени резултати упоређени су с постојећим начинима распоређивања радника у ЛКТ. И груписање флексибилних смена и подела смене довели су до смањења недостатка и вишке радника, а самим тим и до смањења трошкова ангажовања радника у ЛКТ.

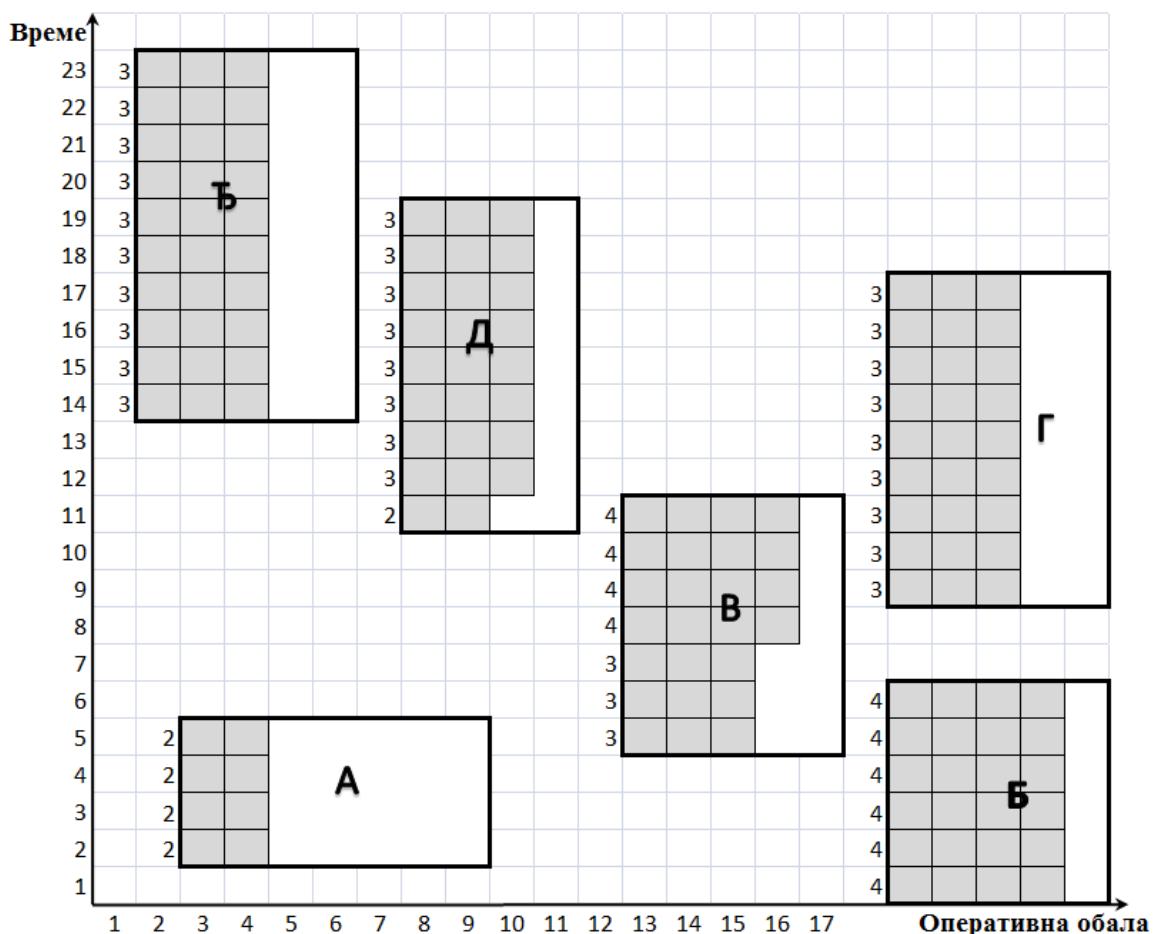
Рад Francesco и сарадници (2016b) представља наставак истраживања објављених у претходна два рада. Како се време опслуге брода не поклапа са временом трајања једне смене, у различитим периодима током смене потребан је различит број радника. Оптимизациони модели, предложени у претходним радовима, формулисани су под претпоставком да је број потребних радника терминала током радног периода (смене) константан. У овом раду смене су подељене на краће временске интервале, током којих се може претпоставити да ће потражња, као и потребан број радника, бити константни. Дефинисан је оптимизациони модел којим се за сваки временски интервал радницима додељују задаци и активности, у зависности од потражње у том временском интервалу. Предложен модел тестиран је на различитим нумеричким примерима, у којима се број обалских кранова кретао од 10 до 40.

#### **4.3. ПОВЕЗАНОСТ ПРОБЛЕМА РАСПОРЕЂИВАЊА ЛУЧКИХ РЕСУРСА, УКЉУЧЕНИХ У ОПСЛУГУ БРОДОВА**

---

Сва три описана проблема распоређивања ресурса на оперативној обали, иако су најчешће решавана одвојено, један по један, уско су повезана. Број обалских кранова, додељених броду, утиче на време опслуге брода на оперативној обали, а од времена опслуге брода зависи распоред бродова на оперативној обали. Поред тога, број расположивих обалских кранова током једне смене директно је пропорционалан броју тимова радника који раде у посматраној смени. При свему овоме, број радника терминала, доступних за рад у посматраној смени, ограничен је и представља резултат месечног распореда рада лучких радника.

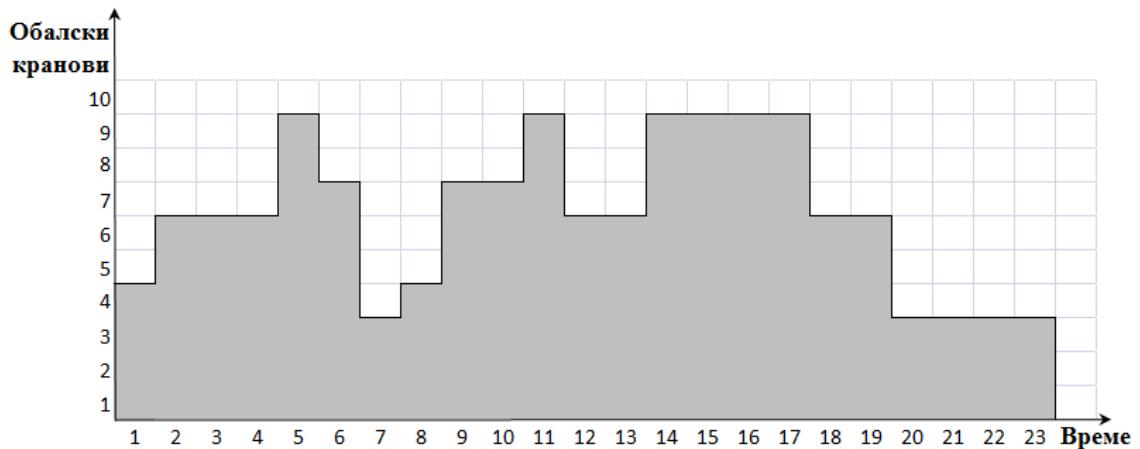
Уколико се дискретизују простор и време и претпостави да је број обалских кранова који опслужују брод током једног временског сегмента константан, а време потребно за опслуживање брода изрази у кран-часовима, решење проблема *VACAP* може се приказати у просторно-временском дијаграму, као на Слици 4.6.



**Слика 4.6:** Просторно-временски дијаграм плана опслуге бродова на оперативној обали и број додељених обалских кранова, Извор: Park и Kim (2005)

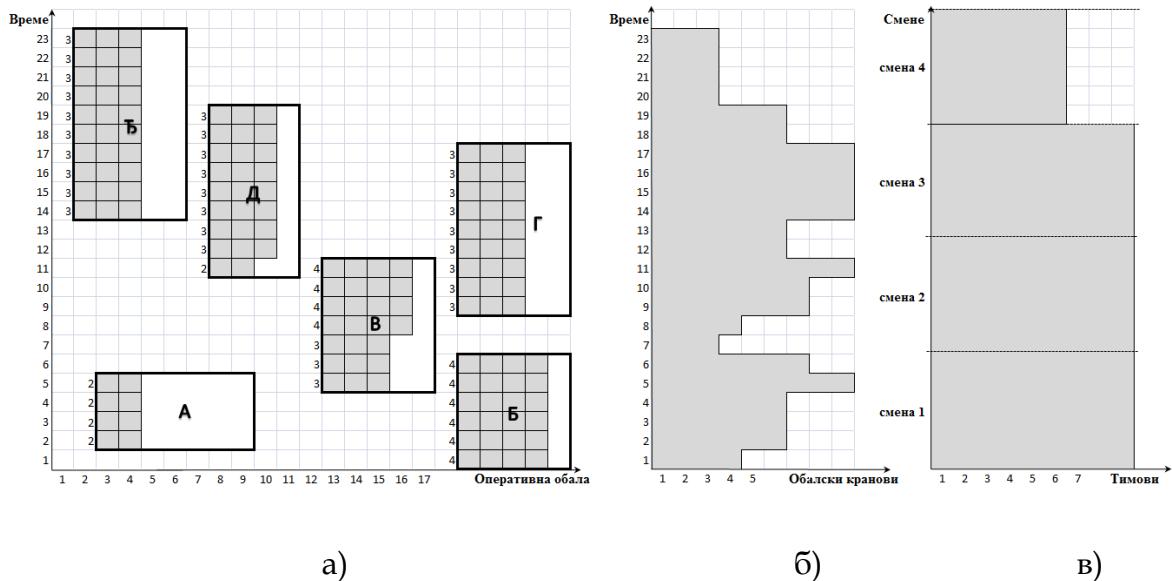
На Слици 4.6 приказан је план опслуге шест бродова, представљених правоугаоницима и означених словима А, Б, В, Г, Д и Ђ. Хоризонтална страница правоугаоника представља позицију на оперативној обали и одговара дужини брода, а вертикална страница одговара времену опслуге брода. Дуж леве странице правоугаоника приказан је број обалских кранова који опслужује брод током сваког сегмента опслуге.

Број потребних обалских кранова током сваког временског сегмента једнак је суми додељених обалских кранова свим бродовима током тог временског сегмента. За илустративни пример, приказан на Слици 4.6, број потребних обалских кранова приказан је на Слици 4.7.



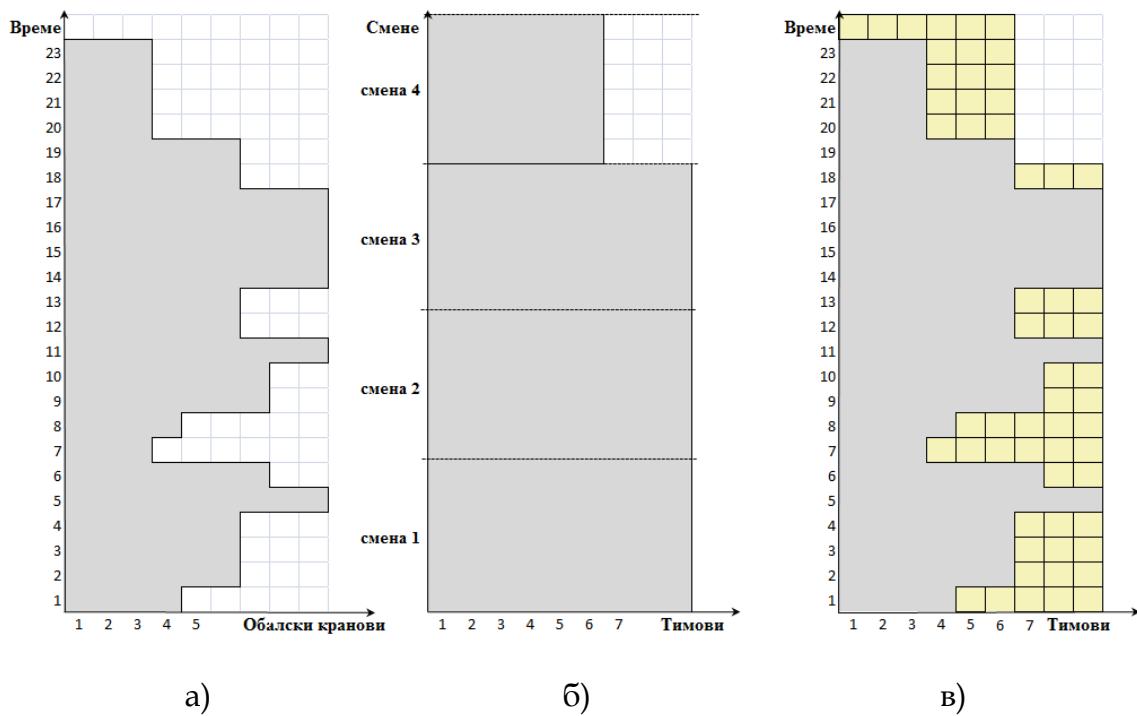
**Слика 4.7:** Број потребних обалских кранова током сваког временског сегмента, Извор: Vukicevic Bisevac и сарадници (2021)

Као што је раније наведено, радно време луке најчешће је подељено на три или четири смене у трајању од по 8h, односно 6h. Радници, укључени у рад с контејнерима, груписани су у тимове (engl. gangs) одговарајућег састава. Један тим опслужује један обалски кран. Лучки радници распоређују се на смене, а у оквиру додељених смена додељују им се задаци. Чак и кад су делимично активни, тј. додељени су им задаци само током дела смене, док током преосталог дела смене нису активни, оператор ЛКТ им плаћа целу смену (Notteboom, 2010). Број потребних тимова радника током једне смене константан је и једнак максималном броју ангажованих обалских кранова током те смене. На Слици 4.8в приказан је број потребних тимова радника по сменама, као илустративни пример. У прве три смене потребно је 9 тимова, док је у четвртој смиени потребно 6 тимова радника.



**Слика 4.8:** а) Просторно-временски дијаграм плана опслуге бродова на оперативној обали и број додељених обалских кранова, Извор: Park и Kim (2005), б) Потребан број обалских кранова, Извор: Vukicevic Bisevac и сарадници (2021) и в) Потребан број тимова радника, Извор: Vukicevic Bisevac и сарадници (2021)

На Слици 4.9а приказан је потребан број обалских кранова по временским сегментима током посматраног дана, што уједно представља и број тим-часова током којих су тимови активни. Радници, тј. тимови, ангажују се за целу смену, иако ће бити активни само током дела смене, док током преосталог дела нису активни. На Слици 4.9б приказани су укупни тим-часови током којих су тимови ангажовани, док су на Слици 4.9в жутом бојом обележени тим-часови током којих су тимови ангажовани, али нису активни, тј. нису им додељени задаци.



**Слика 4.9:** а) Потребан број обалских кранова по временским сегментима,  
б) Потребан број тимова по сменама и, в) Број тим-часова током који су  
тимови ангажовани, али нису активни, Извор: Vukicevic Bisevac и  
сарадници (2021)

За илустративни пример, приказан на претходним сликама, потребан број тимова радника током прве три смене је 9, а током четврте смене је 6, што је укупно 33 тима током посматраног дана, односно, 198 тим-часова. Током 58 тим-часова тимови су ангажовани, али им нису додељени задаци.

Чињеница да у ЛКТ долази до ангажовања великог броја радника који су активни само део смене указује на значај разматрања и решавања проблема распоређивања радника, који се уобичајено, *секвенцијалним приступом*, решава последњи.

У литератури постоји мали број радова у којима су проблеми додељивања оперативне обале и обалских кранова решавани заједно, док проблем распоређивања лучких радника није истовремено разматран.

Meisel и Bierwirth (2006, 2009) први су указали на повезаност проблема додељивања оперативне обале и обалских кранова с проблемом распоређивања радника. Формулисали су обједињени проблем додељивања оперативне обале и обалских кранова (BACAP) с циљем минимизације обезбеђене, а неискоришћене производности обалских кранова. Показали су да промена броја потребних обалских кранова у току једне смене доводи до ангажовања великог броја тимова радника, од којих су неки активни само део смене. Ово је нарочито изражено када велики бродови започињу опслугу пред крај смене. За решавање формулисаног проблема предложили су хеуристичку процедуру коју су тестирали на примерима реалних димензија.

## **5. МАТЕМАТИЧКА ФОРМУЛАЦИЈА ПРОБЛЕМА *QCDWAP***

---

Пошто је *BAP* *NP* (engl. Nondeterministic Polynomial time) тежак проблем (Lim, 1998) и проблем који се добија обједињавањем *QCAP* и *DWAP* такође је *NP* тежак проблем, самим тим добијање оптималног решења за примере реалних димензија није могуће у прихватљивом времену рада рачунара. У циљу решавања обједињеног проблема распоређивања ресурса на оперативној обали у дисертацији је развијена оригинална методологија, заснована на прелиминарном решавању проблема *BAP* и релаксацији математичког модела за обједињени проблем, названа *интегрисани приступ*.

У математичком моделу *QCDWAP* позиција брода на оперативној обали дефинисана је као параметар, чија се вредност добија прелиминарним решавањем проблема *BAP*. Поред тога, на основу решења проблема *BAP*, тј. добијеног плана опслуге бродова на оперативној обали, дефинисан је и временски прозор  $[S_i, E_i]$ , током ког је броду  $i$  на располагању додељена позиција.

Пошто је кључни критеријум при доношењу одлука о додељивању ресурса на оперативној обали време које бродови проведу у луци, као и одговарајући трошкови, формулисаним моделом се минизирају трошкови ангажовања радника тако да се време које бродови проведу у луци не повећа, а самим тим ни трошкови бродара у луци.

Трошкови које бродари могу имати у луци, а који су повезани с временом, тј. с почетком и завршетком опслуге брода ЛКТ су:

- трошкови убрзања уколико је броду додељена оперативна обала, односно, планиран почетак опслуге брода пре  $ETA$ ,
- трошкови чекања, уколико је планиран почетак опслуге после  $ETA$  и
- трошкови кашњења, уколико је планиран завршетак опслуге после  $EFT$ .

Имајући ово у виду, границе временског прозора постављене су тако да трошкови бродара, повезани с временом опслуге у луци, добијени прелиминарним решавањем проблема  $BAP$ , не буду повећани:

$$S_i \leftarrow S_i, \quad (7)$$

$$E_i \leftarrow \max\{E_i, EFT_i\} \quad (8)$$

У наставку је описан математички модел  $QCDWAP$ , по први пут представљен у Vukicevic Bisevac и сарадници (2021), којим су верификовани резултати истраживања, добијени у оквиру ове дисертације.

У циљу математичког формулисања проблема  $QCDWAP$  уведене су следеће претпоставке:

- Минимални број обалских кранова, који једновремено опслужују брод у било ком тренутку опслуге, дефинисан је уговором између оператора ЛКТ и бродара, док је максимални број ограничен дужином брода.

- Опслуга брода започиње додељивањем најмање минималног броја обалских кранова, договореног између терминална и бродара.
- Једном започету опслугу брода није могуће прекидати.
- Потражња бродова изражена је у кран-часовима.
- Додељивање задатака засновано је на квалификацијама радника. Радницима с вишом квалификацијом могу бити додељени задаци за чије су обављање потребне ниже квалификације, док обрнуто не важи.
- Као што је раније наведено, радници су груписани у тимове, а састав тимова фиксан је и унапред дефинисан.
- Унајмљеним радницима може да се додели било који задатак, уколико поседују одговарајуће квалификације.
- Један тим опслужује један обалски кран.

У математичкој формулацији проблема *QCDWAP* коришћене су следеће ознаке:

Скупови:

$PH$  – скуп једночасовних временских сегмената планског периода (дана),

$T$  – скуп једночасовних временских сегмената смене ЛКТ,

$S$  – скуп бродова који се опслужују у посматраном дану,

$W$  – скуп лучких радника којима је потребно доделити задатке у посматраном дану,

$WD$  – скуп лучких радника којима, поред регуларне смене, може бити додељена и додатна смена,  $WD \subseteq W$ ,

$J$  – скуп смена,

$J_w$  – скуп смена које могу бити додељене раднику  $w$  у посматраном дану,  
 $J_w \subseteq J$

$K$  – скуп различитих задатака,

$K_w$  – скуп задатака за које је радник  $w$  квалификован,  $K_w \subseteq K$ .

Индекси:

$i$  – индекс бродова  $i \in S$ ,

$j$  – индекс смена  $j \in J$ ,

$w$  – индекс радника  $w \in W$ ,

$k$  – индекс задатка  $k \in K$ ,

$t$  – индекс временских сегмената једне смене  $t \in T$ ,

$p$  – индекс временских сегмената планског периода (дана)  $p \in PH$ .

Параметри:

$\tau$  – трајање једне смене у часовима,  $\tau = |T|$ ,  $\tau = \frac{|PH|}{|J|}$ ,

$S_i$  – најранији временски сегмент у којем може отпочети опслуга брода  $i$ ,  
временски сегмент од којег је брод  $i$  спреман за опслугу на оперативној  
обали,

$E_i$  – последњи временски сегмент до којег се мора завршити опслуга брода  
 $i$ ,

$NQC$  – укупан број обалских кранова којима располаже ЛКТ,

$qc_i^{min}$  – минимални број обалских кранова који морају бити додељени  
броду  $i$  током опслуге,

$qc_i^{max}$  – максимални број обалских кранова који могу бити додељени броду  
 $i$  током опслуге,

$qc_i$  – укупан број кран-часова потребних за истовар/утовар свих контејнера са брода, односно, на брод,

$U_{jk}$  – максимални број радника које лучки оператер може да унајми за обављање задатка  $k$  у смени  $j$ ,

$m_k$  – број радника који обавља задатак  $k$  у једном тиму

$M$  – доволно велики број.

#### Променљиве:

$s_i$  – временски сегмент у којем започиње опслуга брода  $i$ ,

$e_i$  – временски сегмент у којем се завршава опслуга брода  $i$ ,

$q_{ijt}$  – број обалских кранова, додељених броду  $i$  у временском сегменту  $t$  смени  $j$

$$q_{ijt} = \{0, qc_i^{min}, \dots, qc_i^{max}\} \quad (1)$$

$r_{ip}$  – бинарна променљива,  $r_{ip} = 1$  ако се брод  $i$  опслужује у временском сегменту  $p$ ,

$n_{jk}$  – број задатака  $k$ , додељених у смени  $j$ ,

$u_{jk}$  – број задатака  $k$ , додељених унајмљеним радницима у смени  $j$ ,  $c_{jk}^3$  – јединични трошкови ангажовања унајмљених радника за обављање задатка  $k$  у смени  $j$ ,

$x_{wjk}$  – бинарна променљива,  $x_{wjk} = 1$  ако је задатак  $k$  додељен раднику  $w$  у смени  $j$ ,  $c_{wjk}^1$  – одговарајући трошкови,

$y_{wjk}$  – бинарна променљива,  $y_{wjk} = 1$  ако је задатак  $k$  додељен раднику  $w$  у смени  $j$ , при чему је смена  $j$  раднику  $w$  додатна смена,  $c_{wjk}^2$  – одговарајући трошкови,

$g_j$  – број ангажованих тимова радника у смени  $j$ .

Користећи уведене ознаке и претпоставке  $QCDWAP$  се може формулисати на следећи начин (Модел М2):

$$\min \quad Z = \sum_{w \in W} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} c_{wjk}^1 \cdot x_{wjk} + \sum_{w \in W} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} c_{wjk}^2 \cdot y_{wjk} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} c_{jk}^3 \cdot u_{jk} \quad (9)$$

Критеријумска функција (9) представља укупне трошкове ангажовања радника. Први члан, критеријумске функције, чине трошкови ангажовања лучких радника за рад у регуларним сменама. Други члан чине трошкови ангажовања лучких радника за рад у додатним сменама, а трећи члан чине трошкови ангажовања радника, унајмљених за обављање задатака који нису додељени радницима ЛКТ.

Први део формулације, којим се одређује време почетка и завршетка опслуге и врши додељивање обалских кранова, познат је део формулације проблема  $BACAP$ , формулисаног у Meisel и Bierwirth (2006, 2009). При томе је у Vukicevic Bisevac и сарадници (2021) проширен за тродимензионалну променљиву и временски прозор, у оквиру ког је потребно извршити опслугу.

Другим делом формулације формира се дневни распоред рада радника по сменама и задацима. Радницима се додељују смене, дупле смене, задаци и доноси се одлука о броју унајмљених радника за сваку смену и сваки задатак у посматраном дану.

$$\sum_{i \in S} q_{ijt} \leq NQC \quad \forall j \in J, t \in T \quad (10)$$

Број додељених обалских кранова свим бродовима за сваки временски сегмент не сме бити већи од укупног броја обалских кранова којима располаже ЛКТ (10).

$$\sum_{j \in J} \sum_{t \in T} q_{ijt} = qc_i \quad \forall i \in S \quad (11)$$

Ограниченима (11) обезбеђује се да сваком броду буде додељен захтевани број кран-часова, тј. да укупна потражња свих бродова буде задовољена.

$$q_{ijt} \geq qc_i^{\min} \cdot r_{ip} \quad \forall i \in S, j \in J, t \in T, p = (j-1) \cdot \tau + t \quad (12)$$

$$q_{ijt} \leq qc_i^{\max} \cdot r_{ip} \quad \forall i \in S, j \in J, t \in T, p = (j-1) \cdot \tau + t \quad (13)$$

Групама ограничења (12) и (13) преко променљиве  $q_{ijt}$  дефинисана је помоћна променљива  $r_{ip}$ , у циљу спречавања прекида једном започете опслуге.

$$\sum_{p \in PH} r_{ip} = e_i - s_i + 1 \quad \forall i \in S \quad (14)$$

$$p \cdot r_{ip} \leq e_i \quad \forall i \in S, p \in PH \quad (15)$$

$$p \cdot r_{ip} + M \cdot (1 - r_{ip}) \geq s_i \quad \forall i \in S, p \in PH \quad (16)$$

Ограниченима (14), (15) и (16) дефинисани су почетак и крај опслуге сваког брода. Брод  $i$  опслужује се непрекидно, почевши од временског сегмента  $s_i$  па до временског сегмента  $e_i$ .

$$e_i \leq E_i \quad \forall i \in S \quad (17)$$

$$s_i \geq S_i \quad \forall i \in S \quad (18)$$

Сваки брод  $i$  мора бити опслужен у оквиру унапред задатог временског прозора  $[S_i, E_i]$ , добијеног на основу плана опслуге бродова на оперативној обали, тј. из прелиминарног решења проблема *BAP* (17) и (18).

$$\sum_{i \in S} q_{ijt} \leq g_j \quad \forall j \in J, t \in T \quad (19)$$

Ограниченима (19) је обезбеђено да укупан број додељених обалских кранова за сваки временски сегмент током смене не сме бити већи од броја ангажованих тимова радника у одговарајућој смени.

$$\sum_{w \in W} x_{wjk} + \sum_{w \in W} y_{wjk} + u_{jk} = n_{jk} \quad \forall j \in J, k \in K \quad (20)$$

Ограниченим (20) дефинисана је помоћна променљива  $n_{jk}$  која представља укупан број задатака  $k$  додељених у смени  $j$ .

$$g_j \leq \frac{n_{jk}}{m_k} \quad \forall j \in J, k \in K \quad (21)$$

Сваки тим мора имати одговарајући састав, што је обезбеђено ограничењем (21).

$$u_{jk} \leq U_{jk} \quad \forall j \in J, k \in K \quad (22)$$

Ограниченим (22) ограничен је број радника које оператор ЛКТ може да унајми за сваку смену и за сваки задатак.

$$\sum_{j \in J_w} \sum_{k \in K_w} x_{wjk} = 1 \quad \forall w \in W \quad (23)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{wjk} = 1 \quad \forall w \in W \quad (24)$$

Сваком раднику може бити додељен један задатак из скупа задатака за које поседује одговарајуће квалификације у једној смени, из скупа смена које му могу бити додељене. Ово је обезбеђено ограничењима (23) и (24).

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} y_{wjk} \leq 1 \quad \forall w \in W \quad (25)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} y_{wjk} = 0 \quad \forall w \in W \setminus WD \quad (26)$$

Највише једна додатна смена може бити додељена радницима који припадају скупу  $WD$  (25), док радницима који припадају скупу  $W \setminus WD$  не може бити додељена ниједна додатна смена (26).

$$\sum_{k \in K} x_{wjk} \geq \sum_{k \in K} y_{w(j+1)k} \quad \forall w \in W, j \in J, (j+1) \in J \quad (27)$$

$$y_{w1k} = 0 \quad \forall w \in W, k \in K \quad (28)$$

Ограниченима (27) и (28) обезбеђено је да додатна смена може бити само смена сукцесивна регуларној смени.

$$\sum_{k \in K \setminus K_w} y_{wjk} = 0 \quad \forall w \in W, j \in J \quad (29)$$

Уколико је раднику додељена додатна смена, радник и у тој смени може обављати задатак из групе задатака за које поседује одговарајуће квалификације. Ово је обезбеђено ограничењем (29).

Формулисаним математичким моделом се:

- одређују време почетка и завршетка опслуге брода,
- одређује број ангажованих обалских кранова за сваки временски сегмент током опслуге брода за сваки брод у посматраном дану, и
- распоређују радници ЛКТ на смене и задатке,

тако да се минимизирају укупни трошкови ангажовања радника, а да се не повећају трошкови бродара повезани с временом опслуге бродова у ЛКТ, добијени прелиминарним решавањем проблема *BAP*.

## **6. ПРОЦЕДУРЕ ЗА РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМА РАСПОРЕЂИВАЊА ЛУЧКИХ РЕСУРСА**

---

За решавање проблема распоређивања ресурса на оперативној обали, укључених у опслугу бродова, у дисертацији је развијена оригинална методологија, назvana *интегрисани приступ*, заснован на прелиминарном решавању проблема ВАР и оптималном решавању релаксираног обједињеног проблема. За прелиминарно решавање проблема ВАР у дисертацији коришћене су Лагранжова релаксација и Подградијентна метода које су приказане у Park и Kim (2002, 2005), а слична метода коришћена је и у Ioannou и сарадници (2011).

### **6.1. ЛАГРАНЖОВА РЕЛАКСАЦИЈА**

---

Познато је да за већину проблема комбинаторне оптимизације време израчунавања расте експоненцијално с линераним порастом димензија

проблема. У литератури која проучава ове проблеме може се уочити тренд развоја алгоритама, заснованих на метахеуристикама. Примарни циљ развоја ових алгоритама је скраћење времена израчунавања. Једна од метахеуристика која има широку примену у решавању оптимизационих проблема великих димензија јесте Лагранжова релаксација (engl. Lagrangian relaxation).

Иако се идеја на којој је заснована Лагранжова релаксација може наћи и у неколико ранијих истраживања, за творца ове метахеуристике сматрају се Held и Karp, који су седамдесетих година прошлог века у (Held и Karp, 1970, 1971) дефинисали Лангранжов проблем и добили одличне резултате решавањем Проблема трговачког путника *TSP* (engl. Travelling salesman problem - *TSP*). Мотивисани успешношћу при решавању проблема *TSP* у наредним годинама бројни аутори користили су Лагранжову релаксацију за решавање проблема комбинаторне оптимизације, а међу истраживањима су (Fisher, 1973; Geoffrion и Bride, 1978; Geoffrion, 1974; Shapiro, 1971).

Идеја Лангранжове релаксације је релаксација математичког модела оригиналног проблема, у циљу оптималног решавања релаксираног проблема. Оригинални проблем релаксира се тако што се нека сложена ограничења уз помоћ Лагранжових множилаца укључују у критеријумску функцију. Тако добијени Лагранжов проблем се релативно једноставно оптимално решава, а оптимално решење овог проблема представља доњу границу  $Z_{LB}$  (engl. lower bound) вредности критеријумске функције почетног проблема за минимизационе проблеме, односно, горњу границу  $Z_{UB}$  (engl. upper bound) вредности критеријумске функције почетног проблема за максимизационе проблеме.

Лагранжова релаксација, као и примери примене, детаљно су описаны у (Beasley, 1993; Fisher, 1985, 2004).

Нека је дат стандардни минимизациони проблем целобројног програмирања у матричној форми (P):

$$Z = \min cx$$

$$Ax = b$$

$$Dx \leq e$$

$$x \in Z_+^n$$

P

где је  $c$  вектор врста коефицијената критеријумске функције  $n$ -тог реда,  $x$  је вектор колона променљивих  $n$ -тог реда, чији елементи припадају скупу  $Z_+^n$ , а  $b$  и  $e$  су вектори колона слободних чланова ограничења реда  $m$  и реда  $k$ , респективно, док су  $A$  и  $D$  матрице коефицијената ограничења димензија  $m \times n$  и  $k \times n$ , респективно.

Лагранжов проблем (LP) добија се тако што се релаксира група сложених ограничења, у овом примеру  $Ax = b$ , а критеријумској функцији се додаје нови ненегативни члан  $\lambda(Ax - b)$ , где је  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$  вектор Лагранжових множилаца, који такође представљају и дуалне променљиве првог скупа ограничења.

$$Z_d(\lambda) = \min [cx + \lambda(Ax - b)]$$

$$Dx \leq e$$

LP

$$x \in Z_+^n$$

Лако се може показати да је  $Z_d(\lambda) \leq Z$ . Ако оптимално решење проблема P обележимо са  $x^*$ , онда је:

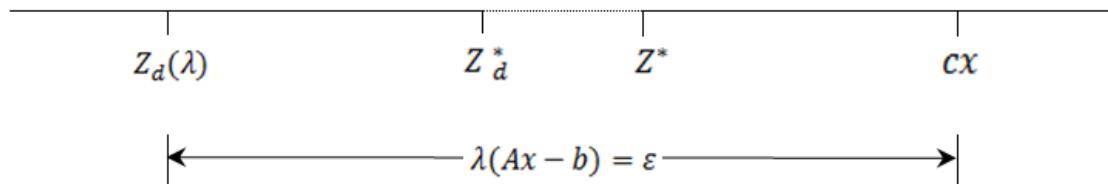
$$Z_d(\lambda) \leq cx^* + \lambda(Ax^* - b) = Z$$

Будући да је  $Z = cx^*$  и  $Ax^* = b$ , претходна једнакост је задовољена. Међутим, ако у проблему P групу ограничења  $Ax = b$  заменимо ограничењима  $Ax \leq b$  онда је:

$$Z_d(\lambda) \leq cx^* + \lambda(Ax^* - b) \leq Z \quad (30)$$

Може се закључити да  $Z_d(\lambda)$  представља  $Z_{LB}$  критеријумске функције оригиналног проблема P или оцену одоздо  $Z^*$ . У најбољем случају  $Z_d(\lambda)$  може бити уједно и вредност критеријумске функције оптималног решења  $Z^*$  оригиналног проблема P, ако се провером утврди да су задовољена сва ограничења проблема P. Међутим, ово се ретко дешава, а разлика ове две вредности  $Z^* - Z_d(\lambda)$  назива се Лагранжова празнина дуалности (engl. Lagrangian duality gap) (Berhanu, 2009).

Ако је у P уместо ограничења  $Ax = b$  дато ограничење  $Ax \leq b$ , да би вредности критеријумских функција биле  $Z_d(\lambda) = Z^*$  потребно је да, поред задовољења ограничења  $Ax \leq b$ , буде испуњено и  $\lambda(Ax - b) = 0$ . У случају да је ограничење  $Ax \leq b$  задовољено, а  $\lambda(Ax - b) = \varepsilon$ , решење  $x$  представља допустиво решење проблема P које се назива и  $\varepsilon$ -оптимално решење проблема P (Слика 6.1).



**Слика 6.1:** Однос вредности критеријумских функција оригиналног проблема P, Лагранжковог проблема (LP) и  $\varepsilon$ -оптимално решење проблема P, Извор: Berhanu (2009)

Сада се може дефинисати и Лагранжов дуални проблем, као проблем проналаска максимума функције  $Z_d(\lambda)$ :

$$Z_d^* = \max_u Z_d(\lambda) \quad (31)$$

Добијена вредност представља најбољу оцену одоздо  $Z^*$ .

Да бисмо добили горњу границу критеријумске функције, доволно је да нађемо било које допустиво решење.

$$Z_{LB} \leq Z^* \leq Z_{UB} \quad (32)$$

Што су ове две границе ближе, то су њихова решења приближнија оптималном решењу, а у најбољем случају, тачније, за оптимално решење, важи  $Z_{LB} = Z_{UB}$ .

Процедура Лангранжове релаксације може се приказати на следећи начин:

**Корак 1:** Задати иницијалну вредност Лагранжовим множиоцима  $\lambda_0$

**Корак 2:** Користећи тренутне вредности Лагранжових множиоца  $\lambda_k$ , решити Лагранжов проблем (LP) и наћи  $Z_d(\lambda_k)$

**Корак 3:** Проверити да ли је добијено решење  $x_k^d$  допустиво решење почетног проблема, ако није, пронаћи допустиво решење.

**Корак 4:**  $\lambda_k$  заменити с  $\lambda_{k+1}$ , и вратити се на Корак 2.

У литератури се могу наћи бројне методе које су коришћене за решавање LP и одређивање вредности дуалних променљивих, тј. вредности Лангранжових множиоца. Због широке применивости и једноставности, Подградијента метода оптимизације (engl. Subgradient optimization, Subgradient method) једна је од најчешће коришћених.

## 6.2. ПОДГРАДИЈЕНТНА МЕТОДА

---

На почетку овог потпоглавља датр су основне дефиниције појмова који се користе у Подградијентној методи.

**Дефиниција 6.1:** За функцију  $f$  кажемо да је конвексна на  $R^n$  ако за свако  $x, y \in R^n$  и за свако  $\mu \in [0,1]$  важи:

$$f(\mu x + (1 - \mu)y) \leq \mu f(x) + (1 - \mu)f(y) \quad (33)$$

Ако за свако  $x \neq y$  и за свако  $\mu \in [0,1]$  важи:

$$f(\mu x + (1 - \mu)y) < \mu f(x) + (1 - \mu)f(y) \quad (34)$$

онда је функција  $f$  строго конвексна.

**Дефиниција 6.2:** Вектор  $g \in R^n$  подградијент је конвексне функције  $f: R^n \rightarrow R$  у тачки  $x$  ако је  $\forall y$ :

$$f(y) \geq f(x) + g^T(y - x) \quad (35)$$

**Дефиниција 6.3:** Сабдиференцијал  $\partial_c f(x)$  конвексне функције  $f: R^n \rightarrow R$  у тачки  $x$  скуп је свих подградијената  $g \in R^n$  функције  $f$  у тачки  $x$ :

$$\partial_c f(x) = \{g \in R^n | f(y) \geq f(x) + g^T(y - x), \forall y \in R^n\} \quad (36)$$

Подградијентна метода итеративна је метода за минимизацију конвексне функције коју је развио Shor седамдесетих година прошлог века. Ова метода је генерализација Градијентне методе за недиференцијабилне

конвексне функције у којој се, уместо градијента, у тачкама у којима је функција недиференцијабилна, користи подградијент.

На почетку процедуре генерише се произвољно почетно решење, дефинишу се критеријум заустављања и дужина корака, а затим се у свакој итерацији, на основу градијента и корака, рачунају нове вредности дуалних променљивих, док се не задовољи критеријум заустављања.

Избор дужине корака има велики утицај на брзину конвергенције Подградијентне методе. Адеквантним избором дужине корака може се постићи геометријска брзина конвергенције Подградијентне методе (Gardašević-Filipović, 2012). Најчешће коришћен начин за рачунање корака дефинисали су (Held и Karp, 1971):

$$s_k = \frac{\mu_k (Z^* - Z_d(\lambda_k))}{\|Ax_k - b\|^2} \quad (37)$$

где је  $\mu_k$  параметар, чија је иницијална вредност 2. Његова вредност се ажурира у свакој итерацији на следећи начин:

$$\mu_{k+1} = \begin{cases} \alpha \mu_k, & \text{ако нема побољшања током } N \text{ узастопних итерација} \\ 2, & \text{ако дође до побољшања вредности критеријумске функције} \\ \mu_k & \text{остало} \end{cases}$$

где су  $0 < \mu_k \leq 2$  и  $0 < \alpha < 1$ .

Алгоритам Подградијентне методе може се написати на следећи начин:

### **Алгоритам Подградијентне методе**

Иницијализација       $\lambda_0 \in R^n, k \leftarrow 1$

#### **Понављај**

реши LP и одреди дуалне променљиве  $\lambda_k$

$$g_k \leftarrow Ax(\lambda_k) - b$$

**Ако је**  $g_k = 0$  **онда**  
**крај** алгоритма,  $\lambda_k$  је оптимално решење  
**иначе**

$$\lambda_{k+1} \leftarrow \max\{0; \lambda_k + s_k g_k\}$$
$$k \leftarrow k + 1$$

**крај**

---

Подградијентна метода детаљно је описана и коришћена за решавање проблема *BACAP* (M1) у (Park и Kim, 2002,2005). Ова процедура детаљно је описана у следећем поглављу. Слична процедура дата је и у (Ioannou и сар., 2011).

### 6.3. РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМА *BACAP* ПРИМЕНОМ ПОДГРАДИЈЕНТНЕ МЕТОДЕ

---

Ако у математичкој формулатицији проблема *BACAP* (M1), користећи Лагранжове множиоце, релаксирамо ограничења (3) и (4), добија се следећи Лагранжов проблем:

Min  $L$

$$L = \sum_{i \in S} \{c_{1i}|b_i - bp_i| + c_{2i}(ETA_i - S_i)^+ + c_{3k}(S_i - ETA_i)^+ + c_{4k}(E_i - EFT_i)^+\}$$

$$+ \sum_{p \in PH} \sum_{l \in BP} \lambda_{pl} (\sum_{i \in S} z_{ipl} - 1) + \sum_{p \in PH} \lambda_p (\sum_{i \in S} q_{ip} - NQC)$$

R

$$\sum_{p \in PH} q_{ip} \geq qc_i, \forall i \in S$$

$$z_{ipl} = 0 \text{ ili } 1$$

$$q_{ip} = \{0, qc_i^{min}, \dots, qc_i^{max}\}$$

$$\lambda_{pl}, \lambda_p \geq 0$$

где су:

$\lambda_{pl}, \lambda_p$  – Лагранжови множиоци

Лагранжов проблем може се декомпоновати на  $|S|$  оптимизационих подпроблема ( $Q_i$ ), од којих се сваки односи на по један брод.

Min  $L_i$

$$L_i = \{c_{1i}|b_i - bp_i| + c_{2i}(ETA_i - S_i)^+ + c_{3i}(S_i - ETA_i)^+$$

$Q_k$

$$+ c_{4i}(E_i - EFT_i)^+\} + \sum_{p \in PH} \sum_{l \in BP} \lambda_{pl} z_{ipl} + \sum_{p \in PH} \lambda_p q_{ip}$$

$$\sum_{p \in PH} q_{ip} \geq qc_i, \forall i \in S$$

$z_{ipl} = 0 ili 1$

$$q_{ip} = \{0, qc_i^{min}, \dots, qc_i^{max}\}$$

$$\lambda_{pl}, \lambda_p \geq 0$$

При чему је  $L_i$  вредност функције  $L$  за брод  $i$ , добијена брисањем константних сабираха.

Пре примене Подградијентне методе потребно је наћи почетно допустиво решење полазног проблема, а вредност критеријумске функције овог решења поставља се за горњу границу  $Z_{ub}$ . У наставку је приказан Алгоритам за проналажење почетног решења и добијање  $Z_{ub}$ .

#### Алгоритам за генерисање $Z_{ub}$

**Иницијализација** Направи сортирану листу бродова на основу  $ETA_i$  у растућем поретку,  $i \leftarrow 0$

**Понављај** док је  $i \leq |S|$

$$i \leftarrow i + 1$$

доделити броду  $i$  позицију на оперативној обали  $b_i = bp_i$  почев од  $S_i = ETA_i$

**Ако** ограничења (3) или (4) нису задовољена

померај брод  $i$  у позитивном смеру временске осе

**крај**

**крај**

$$Z_{ub} \leftarrow \sum_{i \in S} \{c_{1i}|b_i - bp_i| + c_{2i}(ETA_i - S_i)^+ + c_{3i}(S_i - ETA_i)^+ + c_{4i}(E_i - EFT_i)^+\}$$

Алгоритам за добијање доње границе вредности критеријумске функције  $Z_{LB}$  полазног проблема, заснован на Подградијентној методи, може се написати на следећи начин:

### **Алгоритам за добијање $Z_{LB}$**

Иницијализација  $ItNo \leftarrow 0, \lambda_p \leftarrow 0, \lambda_{pk} \leftarrow 0, \forall p \in PH, \forall l \in BP, Z_{max} \leftarrow 0$   
**Понављај** док је  $\mu \geq 0,005$

За сваки брод  $i$

Реши  $Q_i$

**крај**

$$Z_{LB} \leftarrow \sum_{i \in S} \{ c_{1i} |b_i - bp_i| + c_{2i}(ETA_i - S_i)^+ + c_{3i}(S_i - ETA_i)^+ + c_{4i}(E_i - EFT_i)^+ \} + \sum_{p \in PH} \sum_{l \in BP} \lambda_{pl} z_{ipl} + \sum_{p \in PH} \lambda_p q_{ip}$$

$$g_p \leftarrow \sum_{i \in S} q_{ip} - NQC$$

$$g_{pl} \leftarrow \sum_{i \in S} z_{ipl} - 1$$

$$s_1 \leftarrow \frac{\mu(Z_{UB} - Z_{LB})}{\sum_{p \in PH} g_p^2}$$

$$s_2 \leftarrow \frac{\mu(Z_{UB} - Z_{LB})}{\sum_{p \in PH} \sum_{l \in BP} g_{pl}^2}$$

**Ако је  $Z_{LB} > Z_{max}$  онда**

$$Z_{max} \leftarrow \max(Z_{max}, Z_{LB})$$

$$ItNo \leftarrow 0$$

$$\mu \leftarrow 2$$

**иначе**

$$ItNo \leftarrow ItNo + 1$$

**Ако је  $ItNo = N$  онда**

$$\mu \leftarrow \frac{\mu}{2}$$

**крај**

**крај**

$$\lambda_p \leftarrow \max\{0; \lambda_p + s_1 g_p\}$$

$$\lambda_{pl} \leftarrow \max\{0; \lambda_{pl} + s_2 g_{pl}\}$$

**Реши недопустивост решења**

$$Z_{UB} \leftarrow \sum_{i \in S} \{c_{1i}|b_i - bp_i| + c_{2i}(ETA_i - S_i)^+ + c_{3i}(S_i - ETA_i)^+ + c_{4i}(E_i - EFT_i)^+\}$$

$$Z_{min} \leftarrow \min(Z_{min}, Z_{UB})$$

**крај**

$$Z_{LB} = Z_{max}$$

$$Z_{UB} = Z_{min}$$


---

Применом овог алгоритма могу се добити и недопустива решења. Да би се то избегло Park и Kim (2002, 2005) дефинисали су једноставну хеуристичку процедуру. Прво се бродови сортирају у растућем поретку на основу  $ETA$ , а затим се на основу добијеног решења модела  $Q_i$  деле у два скупа. Скупу  $F$  придржују се бродови који задовољавају ограничења, под претпоставком да је бродовима који су већ придржани скупу  $F$  додељена оперативна обала, односно, да су ови бродови део коначног решења. Остали бродови се придржују скупу  $I$ . На крају се за сваки брод елемент скупа  $I$  алгоритмом **Реши**  $Q_i$  проналази допустиво решење, а брод се из скупа  $I$  пребацује у скуп  $F$ . Алгоритам који се користи за решавање  $Q_i$  модела дат је у наставку:

---

### Алгоритам **Реши** $Q_i$

---

Иницијализација  $\min L_i = M$

За  $p \in PH$

За  $l \in BP$

постави референтни угао<sup>5</sup> правоугаоника брода<sup>6</sup>  $i$  на позицију  $(p, l)$

---

<sup>5</sup> Референтни угао је доњи леви угао правоугаоника брода у просторно-временском дијаграму

<sup>6</sup> Правоугаоник брода је правоугаоник којим се приказује брод у просторно-временском дијаграму, при чему дужина хоризонталне странице одговара дужини брода, а дужина вертикалне странице

**додели**  $qc_i^{min}$  обалских кранова броду  $i$

**Ако су ограничења (3) и (4) задовољена и**

$$\{c_{1i}|b_i - bp_i| + c_{2i}(ETA_i - S_i)^+ + c_{3i}(S_i - ETA_i)^+\} < minL_i$$

**онда**

Генериши скуп потенцијалних решења  $SP$  и  
пронађи решење за које је минимална вредност  
функције  $L_i$  за  $\lambda_{pl} = 0$  и  $\lambda_p = 0$ .

$$minL_i \leftarrow \min\{minL_i, L_i\}$$

**крај**

**крај**

**крај**

---

Скуп потенцијалних решења  $SP$  је скуп начина на које брод може бити опслужен, а да број додељених обалских кранова за сваки временски сегмент буде између минимално договореног ( $qc_i^{min}$ ) и максимално дозвољеног ( $qc_i^{max}$ ).

#### 6.4. ИНТЕГРИСАНИ ПРИСТУП

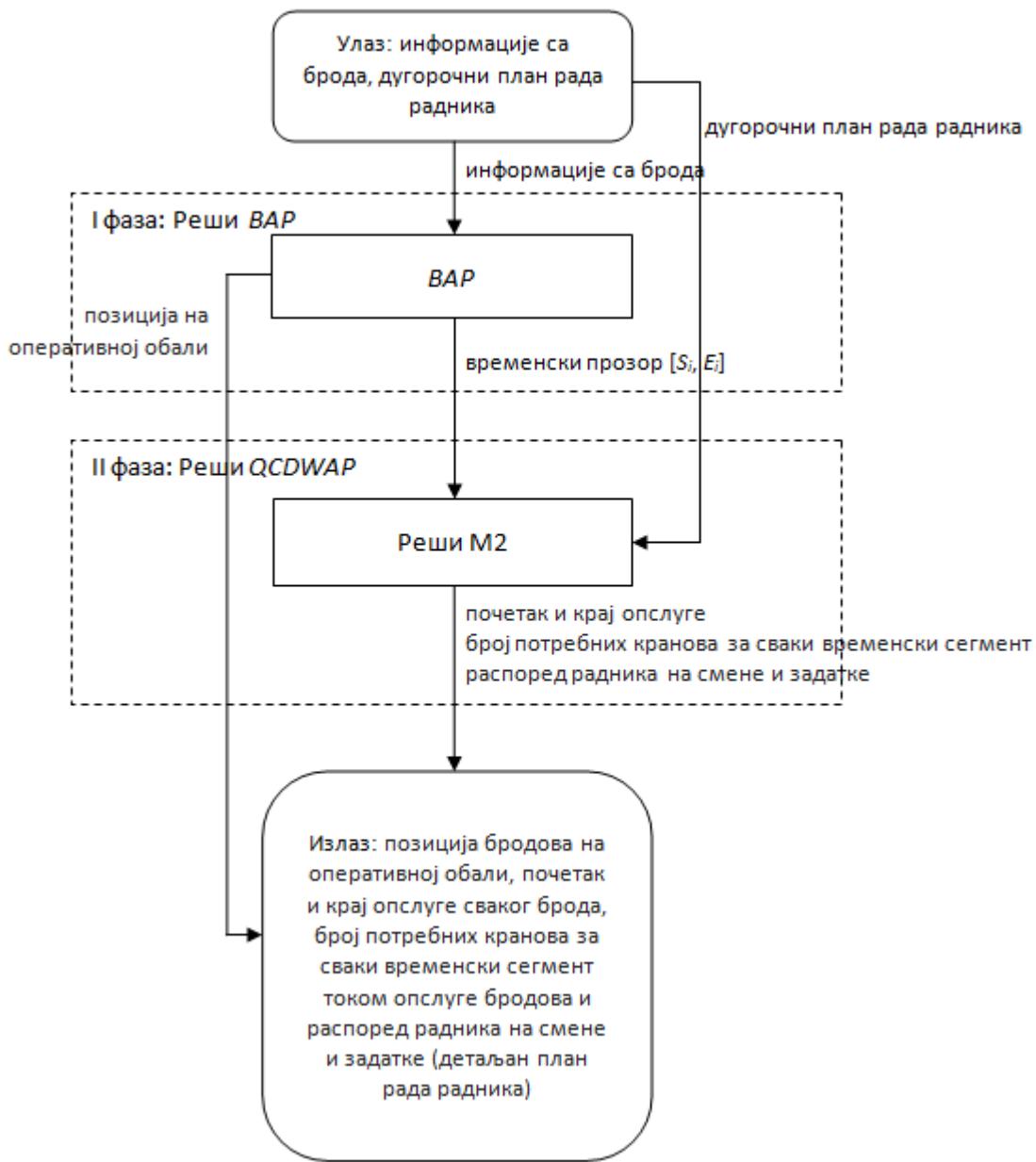
---

*Интегрисани приступ* проблемима распоређивања ресурса на оперативној обали заснован је на прелиминарном решавању проблема  $BAP$  и оптимизацији релаксираног обједињеног проблема.

*Интегрисаним приступом* распоређивање ресурса на оперативној обали обавља се кроз две фазе, приказане на Слици 6.2.

---

одговара броју временских сегмената током којих се врши опслуга брода, уколико се брод опслужује минималним договореним бројем обалских кранова.



**Слика 6.2:** Процедура интегрисаног приступа проблемима распоређивања лучких ресурса на оперативној обали, Извор: Vukicevic Bisevac и сарадници (2021)

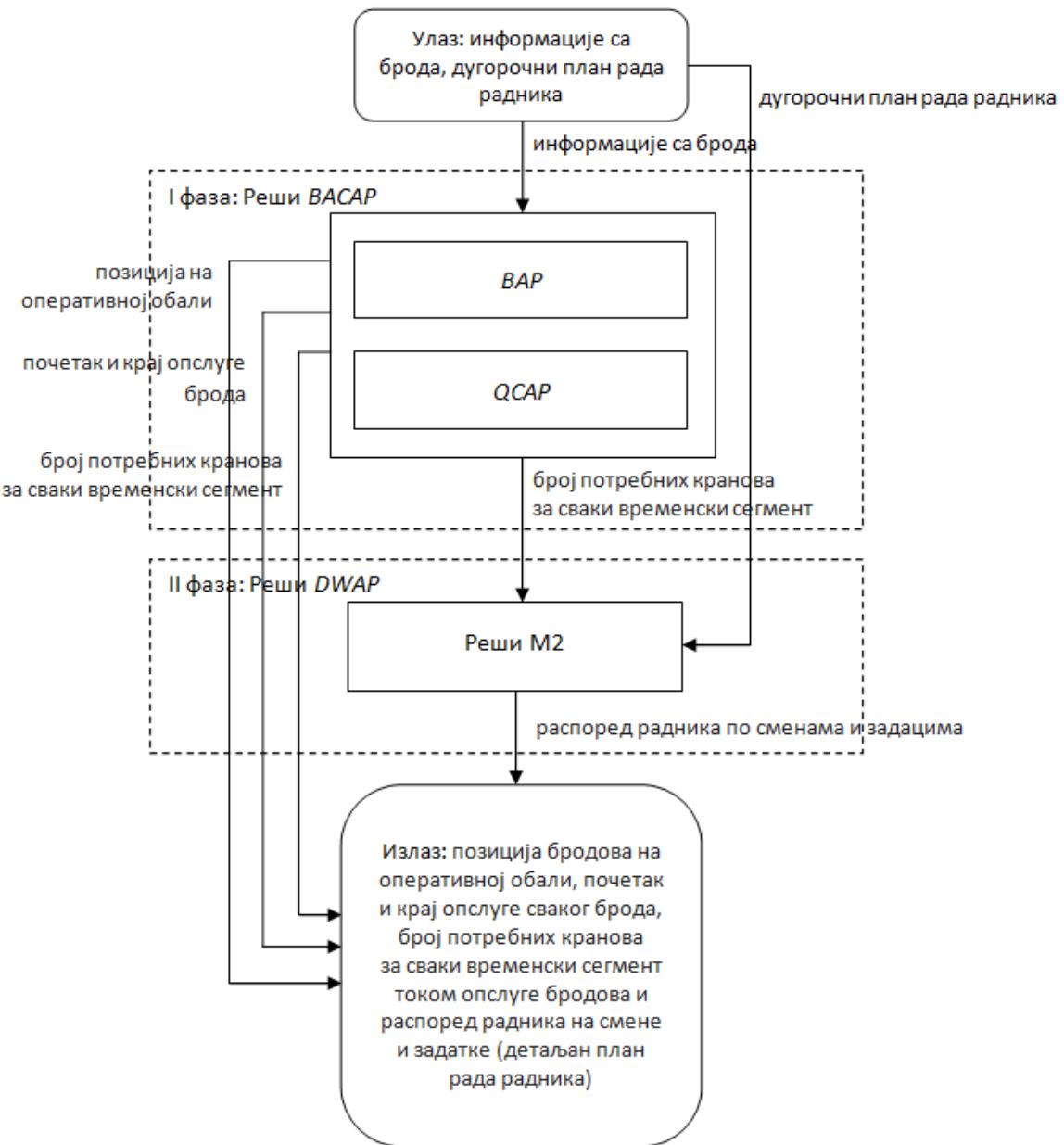
У првој фази, користећи податке добијене за сваки брод, као што су  $ETA$ ,  $EFT$ , захтевана позиција на оперативној обали и број контејнера које је потребно истоварити/утоварити са бродом и на њега, решава се проблем  $VAP$ . На основу добијеног решења доноси се коначна одлука о позицији

бродова на оперативној обали и за сваки брод  $i$  одређује се временски прозор  $[S_i, E_i]$  који представља улаз у другу фазу процедуре. Затим се у другој фази, на основу  $[S_i, E_i]$ , дугорочног распореда рада радника и осталих података о радницима, решава релаксирани обједињени проблем распоређивања ресурса на оперативној обали (*QCDWAP*). На основу решења, добијеног у овој фази, доносе се одлуке о почетку и крају опслуге сваког брода, броју додељених обалских кранова сваком броду током сваког временског сегмента током опслуге, као и о распореду радника на смене и задатке.

## 6.5. СЕКВЕНЦИЈАЛНИ ПРИСТУП

---

У циљу утврђивања перформанси предложене процедуре и поређења добијених решења, проблеми распоређивања ресурса на оперативној обали решени су и секвенцијално (један по један). На Слици 6.3 приказана је процедура секвенцијалног приступа проблемима распоређивања ресурса на оперативној обали.



**Слика 6.3:** Процедура секвенцијалног приступа проблемима распоређивања лучких ресурса на оперативној обали, Извор: Vukicevic Bisevac и сарадници (2021)

У првој фази секвенцијалног приступа распоређивању ресурса на оперативној обали решавају се проблеми ВАР и QCAP. На основу добијеног решења доноси се коначна одлука о позицији брода на оперативној обали, на којој ће се вршити опслуга за сваки брод чији се наилазак очекује у посматраном дану, о почетку и крају опслуге сваког брода, као и о броју

додељених обалских кранова за сваки брод током сваког временског сегмента посматраног дана. На основу ових одлука у другој фази *секвенцијалног приступа* обавља се распоређивање лучких радника на смене и задатке.

Проблем распоређивања лучких радника на смене и задатке може се математички формулисати на следећи начин:

$$\min (9)$$

под ограничењима (19) - (29),

при чему је у овом моделу  $q_{ijt}$  (број обалских кранова додељених броду  $i$  у временском сегменту  $t$  смене  $j$ ) параметар чија се вредност добија као излаз из прве фазе процедуре.

## **7. НУМЕРИЧКИ ЕКСПЕРИМЕНТИ И РЕЗУЛТАТИ ТЕСТИРАЊА**

---

Иако су за решавање проблема додељивања оперативне обале и обалских кранова развијени бројни алгоритми, може се рећи да проблем распоређивања лучких радника није био предмет интересовања истраживача. Као што је раније наведено, ова три проблема распоређивања ресурса на оперативној обали до сада нису проучавана заједно, тако да у литератури нема нумеричких примера који би могли да се користе за верификацију предложеног приступа. У циљу процене перформанси интегрисаног приступа у Vukicevic Bisevac и сарадници (2021) креирани су нумерички примери на основу, у литератури, познатих нумеричких примера за појединачне проблеме распоређивања лучких ресура.

У Табелама 7.1 и 7.2 дати су улазни параметри на основу којих су генерисане две групе нумеричких примера. У Табели 7.1 су дате вредности улазних параметара потребних за додељивање оперативне обале и обалских кранова бродовима одређених на основу реалних података, датих у Park и Kim (2002, 2005).

**Табела 7.1:** Процедура секвенцијалног приступа проблемима распоређивања луčких ресурса на оперативној обали, Извор: Vukicevic Bisevac и сарадници (2021)

### Улазни параметри

	Група I	Група II
Дужина оперативне обале	1200m	2400m
Број обалских кранова	11	22
Минимални договорени број обалских кранова ( $qc_i^{min}$ )	2	2
Максимални дозвољени број обалских кранова ( $qc_i^{max}$ )	5	5
Јединични трошкови одступања додељене од захтеване позиције на оперативној обали	1000\$/m	1000\$/m
Јединични трошкови, настали услед убрзања, уколико је броду додељена оперативна обала, тј. планиран почетак опслуге брода пре ETA (engl. speed-up cost)	1000\$/h	1000\$/h
Јединични трошкови чекања (engl. waiting cost), уколико је планиран почетак опслуге после ETA	1000\$/h	1000\$/h
Јединични трошкови кашњења (engl. delay cost), уколико је планиран завршетак опслуге после EFT	2000\$/h	2000\$/h
<b>Случајне променљиве које имају Дискретне равномерне расподеле</b>		
Очекивано време наиласка брода [h]	R(1,13)	R(1,13)
Број кран-часова потребних за	R(6,20)	R(6,20)

истовар/утовар свих контејнера са  
брода/на брод [kran-časova]

Дужина брода [m]	R(150,350)	R(150,350)
Преферирано место опслуге на оперативној обали [m]	R(1,1200)	R(1,2400)

Вредности улазних параметара, приказаних у Табели 7.2, одређене су на основу реалних података из Луке Каљари (engl. Cagliari International Container Terminal) у Италији дати у (Serra, 2014):

**Табела 7.2:** Улазни параметри, потребни за решавање проблема додељивања оперативне обале и обалских кранова

#### Улазни параметри

	Група I	Група II
Укупан број радника ЛКТ	60	120
Број радника ЛКТ		
ООК	18	36
Квалификација ОСД	18	36
ВТП	24	48

#### Трошкови ангажовања радника ЛКТ

Јединична цена рада ООК	25 €/h	25 €/h
Јединична цена рада ОСД	22 €/h	22 €/h
Јединична цена рада ВТП	20 €/h	20 €/h

#### Трошкови ангажовања унајмљених радника

Јединична цена рада ООК	29 €/h	29 €/h
Јединична цена рада ОСД	27 €/h	27 €/h

Јединична цена рада ВТП	25 €/h	25 €/h
<b>Случајне променљиве које имају Дискретне равномерне расподеле</b>		
Дугорочни план рада радника	R(1,5)	R(1,5)

Уведене су и следеће претпоставке:

- Један тим радника чине један ООК, два ОСД и три ВТП.
- Трошкови ангажовања радника у другој смени за 10% већи су од трошкова рада у првој смени.
- Радно време терминала подељено је на 4 смене, у трајању од 6h.
- Број радника које терминал може да унајми је неограничен.
- Трошкови ангажовања радника ЛКТ зависе од квалификације, а не зависе од додељеног задатка.
- Трошкови ангажовања унајмљених радника зависе од додељеног задатка.

Будући да је уведена претпоставка да трошкови ангажовања радника ЛКТ зависе од квалификација, а не од додељеног задатка, а да трошкови ангажовања унајмљених радника зависе од додељеног задатка, критеријумска функција може бити формулисана на следећи начин (Vukicevic Bisevac и сар., 2021):

$$\min \sum_{w \in W} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} c_{k(w)}^1 \cdot x_{wjk} + \sum_{w \in W} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} c_{k(w)}^2 \cdot y_{wjk} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} c_k^3 \cdot u_{jk} \quad (30)$$

где је  $k(w)$  – квалификација радника  $w$ .

Сви улазни подаци и уведене претпоставке одговарају реалним проблемима у ЛКТ и имају потврду у (Francesco и сар., 2015, 2016a, 2016b; Legato и Monaco, 2004; Monaco и сар., 2009; Serra, 2014; Vukicevic Bisevac и

cap., 2021; Vukićević Biševac и Vukadinović, 2017, 2020; Vukicevic и сар., 2012; Vukićević, 2013; Zanda, 2019).

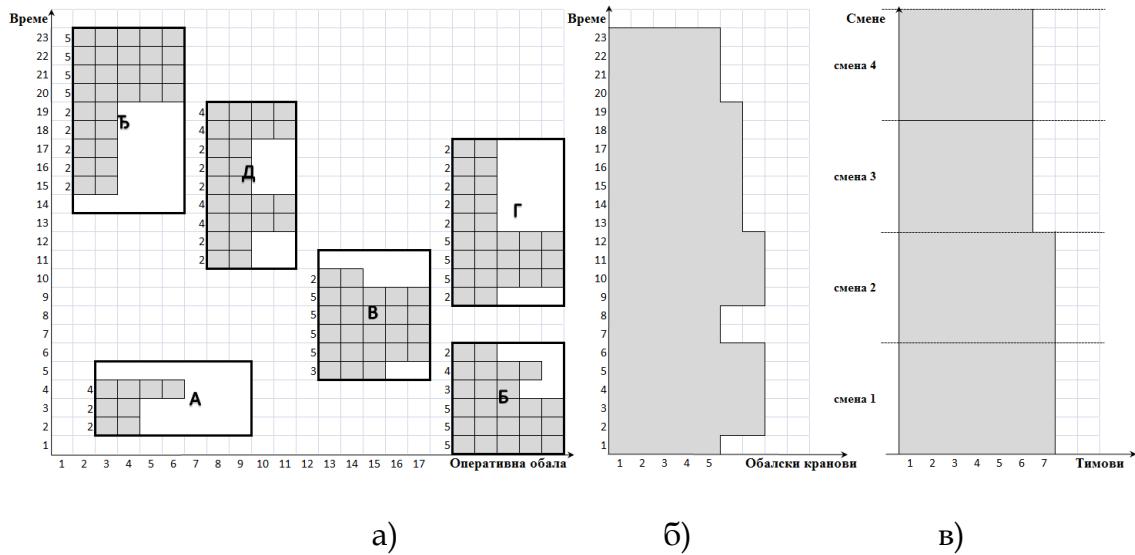
На основу улазних података и уведеных претпоставки генерисано је 105 нумеричких примера који су искоришћени за тестирање.

## 7.1. РЕЗУЛТАТИ ТЕСТИРАЊА

---

Оба приступа проблемима распоређивања ресурса на оперативној обали кодирана су у програмском језику MATLAB, а решавана су на рачунару 2.2 GHz Intel core i7 са 6 GB RAM меморије. За решавање математичког модела коришћен је комерцијални софтвер IBM ILOG CPLEX 12.6.

На Слици 7.1 и у Табели 7.3 приказано је решење илустративног примера, добијено применом интегрисаног приступа. Потребан број тимова током прве две смене је 7, а током друге две смене је 6, што је укупно 26 тимова током посматраног дана, односно, 156 тим-часова. Током 16 тим-часова тимови су ангажовани, али нису активни.

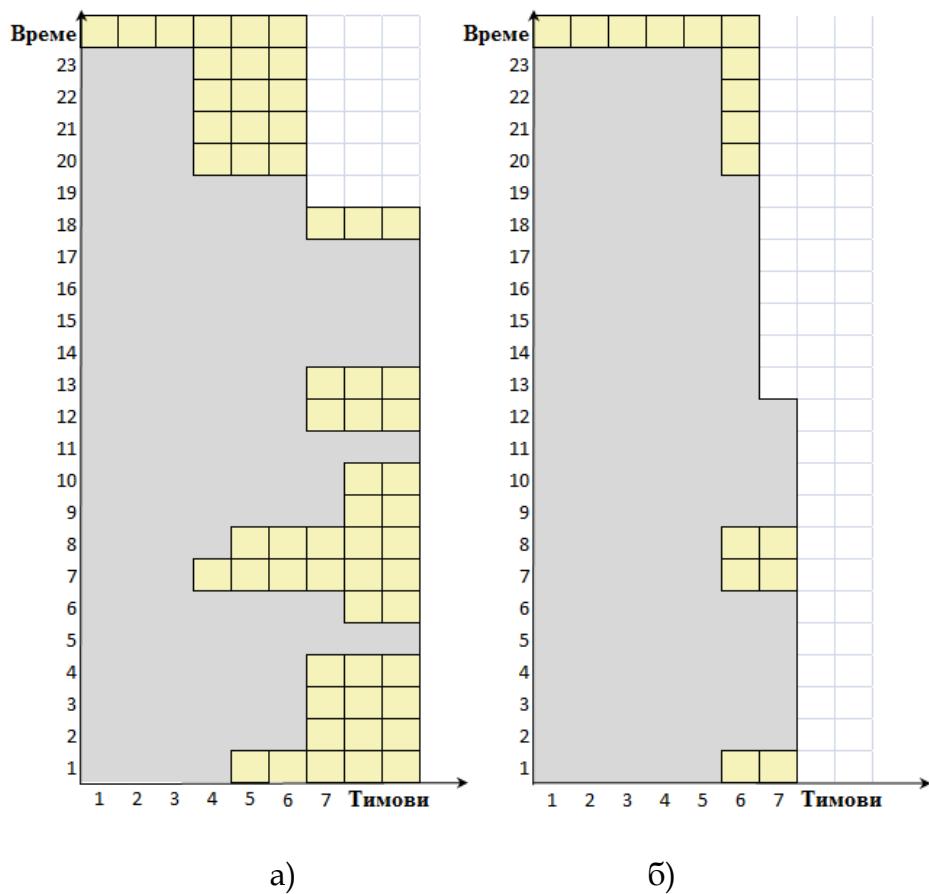


**Слика 7.1:** а) Просторно-временски дијаграми плана опслуге бродова на оперативној обали и број додељених обалских кранова, б) Потребан број обалских кранова и в) Потребан број тимова радника, Извор: Vukicevic Bisevac и сарадници(2021)

За сваки брод и за сваки временски сегмент у Табели 7.3 дат је број обалских кранова, додељених броду у том временском сегменту.

**Табела 7.3:** План опслуге бродова на оперативној обали

	Временски сегмент																							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Брод А	0	0	2	2	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Брод Б	5	5	5	3	4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Брод В	0	0	0	0	3	5	5	5	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Брод Г	0	0	0	0	0	0	0	0	2	5	5	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
Брод Д	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	4	4	2	2	2	4	4	0	0	0	0	0
Брод Ђ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	5	5	5	5	0	0



**Слика 7.2:** Број тим-часова током који су тимови ангажовани, али нису активни а) Секвенцијални приступ, б) Интегрисани приступ

На Слици 7.2 упоредно су приказана решења добијена *секвенцијалним* и *интегрисаним приступом*. Поређењем ова два решења може се закључити да је у решењу, добијеном *интегрисаним приступом*, подешен план опслуге бродова тако да је (Vukicevic Bisevac и сар., 2021):

- скраћена опслуга три брода (Слика 7.2). Опслуга брода А скраћена је са 4 на 3 временска сегмента, брода В са 7 на 6, а брода Ђ са 10 на 9 временских сегмената;
- смањена флуктуација потребног броја обалских кранова. Разлика између максималног и минималног броја потребних кранова у решењу, добијеном *секвенцијалним приступом*, износи  $9-3=6$ , док је у решењу добијеном *интегрисаним приступом*  $7-5=2$ ;

- смањен је број ангажованих тимова са 33 на 26. Током прве две смене смањен је број ангажованих тимова са 9 на 7, током треће смене са 9 на 6, док је током четврте смене ангажован исти број тимова - 6 ;
- смањен је број тим-часова, током којих су тимови радника ангажовани, али нису активни, са 58 на 16.

Поред илустративног примера, предложени *интегрисани приступ* тестиран је на још 105 нумеричких примера, подељених у две групе. У примерима се број бродова које је потребно опслужити у посматраном дану кретао од 5 до 25 (Табеле 7.4 и 7.5), а за сваки број бродова генерисано је и решено по 5 примера. Генерисани улазни подаци за све примере су дати у Прилогима I и II.

Број ангажованих тимова ( $G$ ), трошкови ангажовања радника ( $Z$ ), време рада рачунара потребно за проналажење оптималног решења (VRR) и релативна разлика трошкова ангажовања радника, приказани су у Табелама 7.4 и 7.5.

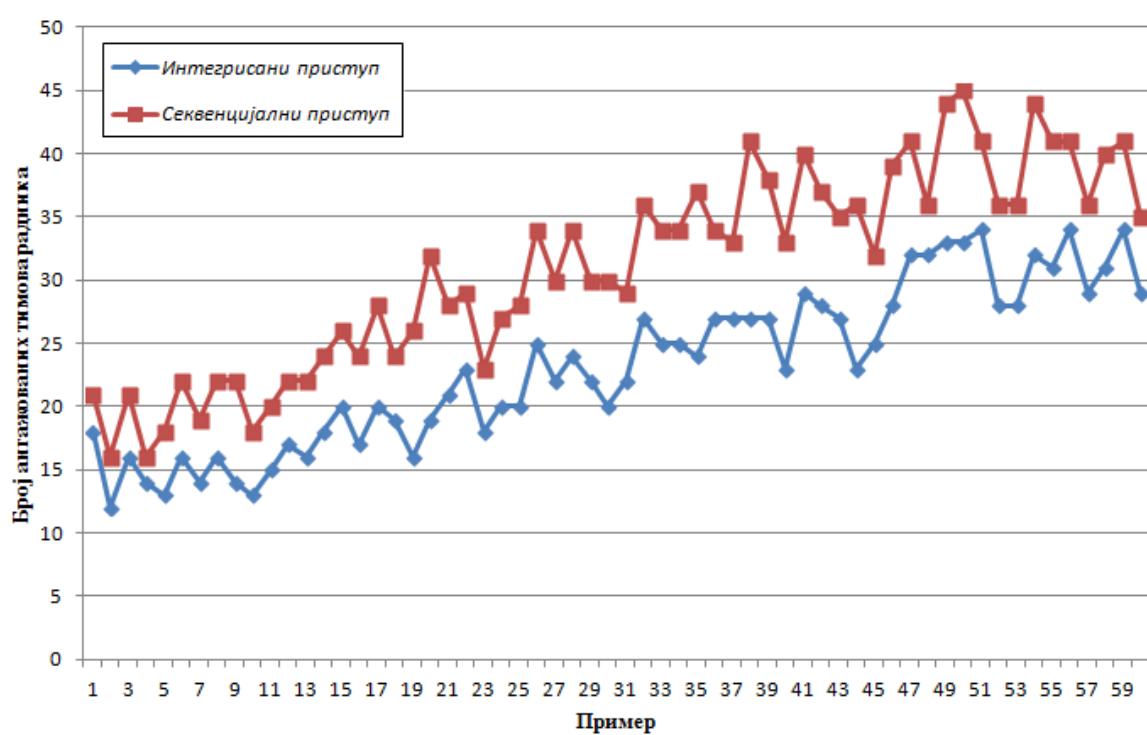
**Табела 7.4:** Резултати извршених тестирања, број ангажованих тимова, трошкови ангажовања радника, време рада рачунара и релативна разлика трошкова ангажовања радника остварених *интегрисаним и секвенцијалним приступом* (I група примера)

Број бродова	Пример	Интегрисани приступ			Секвенцијални приступ			Релативна разлика трошкова ангажовања радника (%) $(2) - (1)$ (2)
		$G$	$Z [€]$ (1)	$VRR (M_1)$ [s]	$G$	$Z [€]$ (2)	$VRR (M_2)$ [s]	
5	1	18	16000,2	0,09989	21	18844,2	0,01632	15,09
	2	12	12258	0,28094	16	16050	0,02367	23,63
	3	16	15481,2	0,29025	21	18161,4	0,01665	14,76
	4	14	14749,2	0,09082	16	16645,2	0,00343	11,39
	5	13	13394,4	0,15034	18	17762,4	0,03475	24,59
6	6	16	15202,2	0,0809	22	20854,2	0,01323	27,10
	7	14	12408	0,10056	19	17124	0,00331	27,54
	8	16	13752	0,05041	22	19368	0,02855	29,00
	9	14	13019,4	0,30073	22	19127,4	0,0111	31,93
	10	13	13665,6	0,19007	18	18393,6	0,02723	25,70
7	11	15	13074	0,05094	20	17802	0,0107	26,56
	12	17	16300,2	0,17097	22	21040,2	0,03284	22,53
	13	16	13482	0,21091	22	19152	0,00535	29,61

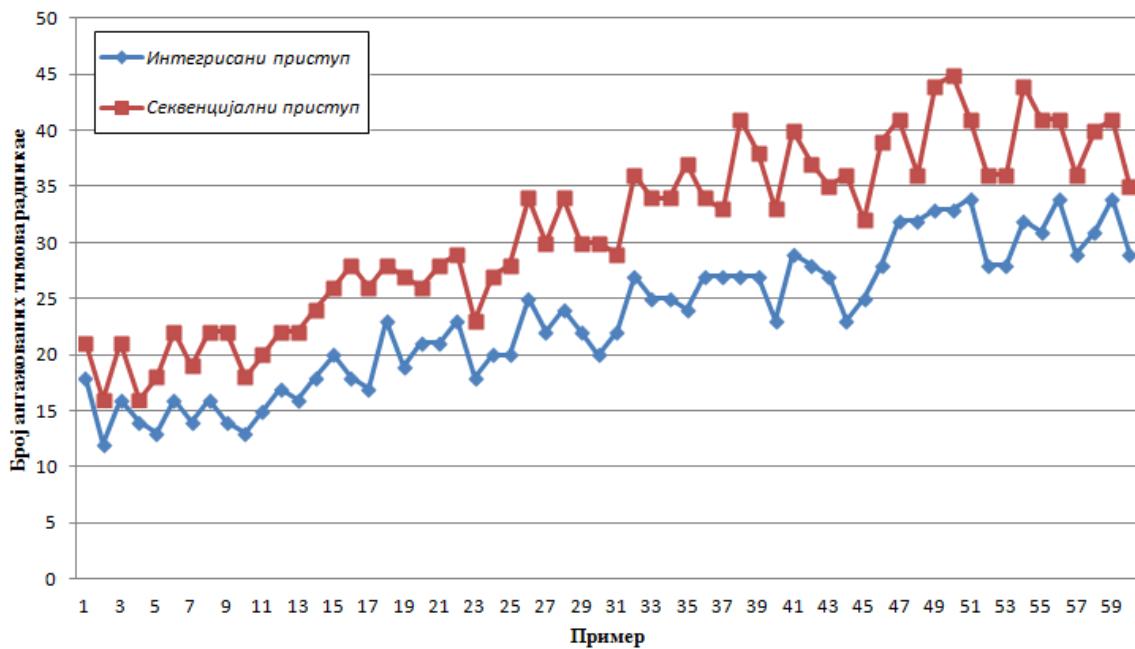
	14	18	16609,2	0,05008	24	22288,2	0,02205	25,48
	15	20	17699,4	0,2609	26	22860,6	0,00467	22,58
8	16	18	15309,6	0,60349	28	24780,6	0,027227	38,22
	17	17	17755,2	0,08789	26	26263,2	0,023053	32,40
	18	23	20715,2	0,06689	28	24849,6	0,02495	16,64
	19	19	16297,2	0,08259	27	23851,2	0,025097	31,67
	20	21	18397,2	0,06783	26	24085,2	0,022693	23,62
9	21	21	20223	0,05609	28	25116	0,00811	19,48
	22	23	21519	0,15061	29	27207	0,02802	20,91
	23	18	18610,2	0,12092	23	23350,2	0,02626	20,30
	24	20	17380,2	0,1407	27	24004,2	0,01704	27,60
	25	20	17743,2	0,22007	28	24819,6	0,02346	28,51
10	26	25	21938,4	0,11076	34	30470,4	0,00585	28,00
	27	22	18457,8	0,10022	30	26653,8	0,01549	30,75
	28	24	20989,2	0,05005	34	30469,2	0,00772	31,11
	29	22	19085,4	0,07092	30	27958,2	0,03152	31,74
	30	20	17192,4	0,22077	30	26116,2	0,00865	34,17
11	31	22	18137,4	0,28027	29	27160,2	0,03222	33,22
	32	27	23799,6	0,07062	36	32348,4	0,01133	26,43
	33	25	21904,8	0,05079	34	30453,6	0,02679	28,07
	34	25	21902,4	0,10042	34	29863,2	0,03336	26,66
	35	24	20963,4	0,2205	37	33305,4	0,02771	37,06
12	36	27	23850	0,22028	34	30486	0,02791	21,77
	37	27	23807,4	0,02075	33	29534,4	0,01546	19,39
	38	27	23823	0,17565	41	37113	0,032	35,81
	39	27	23815,2	0,14042	38	34243,2	0,0142	30,45
	40	23	20051,4	0,22076	33	29411,4	0,02259	31,82
13	41	29	25729,2	0,29044	40	36157,2	0,00541	28,84
	42	28	24791,4	0,23008	37	33323,4	0,01894	25,60
	43	27	23842,2	0,16092	35	31450,2	0,02495	24,19
	44	23	20023,2	0,07004	36	32371,2	0,00903	38,15
	45	25	21929,4	0,2702	32	28883,4	0,0223	24,08
14	46	28	24764,4	0,07063	39	35192,4	0,01621	29,63
	47	32	28572	0,10056	41	37104	0,01597	22,99
	48	32	28568,4	0,14082	36	32384,4	0,0201	11,78
	49	33	29511	0,04051	44	39939	0,02611	26,11
	50	33	29539,2	0,30065	45	40915,2	0,03209	27,80
15	51	34	30459	0,09086	41	38991	0,02081	21,88
	52	28	24781,2	0,08075	36	32365,2	0,0121	23,43
	53	28	24780	0,24065	36	32364	0,0193	23,43
	54	32	28574,4	0,26028	44	39950,4	0,02672	28,48
	55	31	27617,4	0,15028	41	37097,4	0,01861	25,55
16	56	34	30461,4	0,11086	41	37097,4	0,00819	17,89
	57	29	25721,4	0,27079	36	31645,2	0,00698	18,72
	58	31	27599,4	0,10058	40	36131,4	0,01825	23,61
	59	34	30451,2	0,2807	41	37087,2	0,02371	17,89
	60	29	25730,4	0,16036	35	31598,4	0,00445	18,57

На основу резултата тестирања, приказаних у Табели 7.4, може се закључити да је примена интегрисаног приступа довела до смањења број ангажованих тимова радника у свим нумеричким примерима I групе. Просечно смањење броја ангажованих тимова у I групи нумеричких примера износило је 7,8 тимова радника, а релативна разлика трошкова ангажовања радника кретала се од 11,39% до 38,54%. На Сликама 7.3 и 7.4 графички је приказано поређење добијених решења за I групу примера.

Време рада рачунара до проналаска оптималних решења модела M1 и M2 за све нумеричке примере било је краће од једне секунде.



Слика 7.3: Упоредни приказ броја ангажованих тимова радника за I групу примера



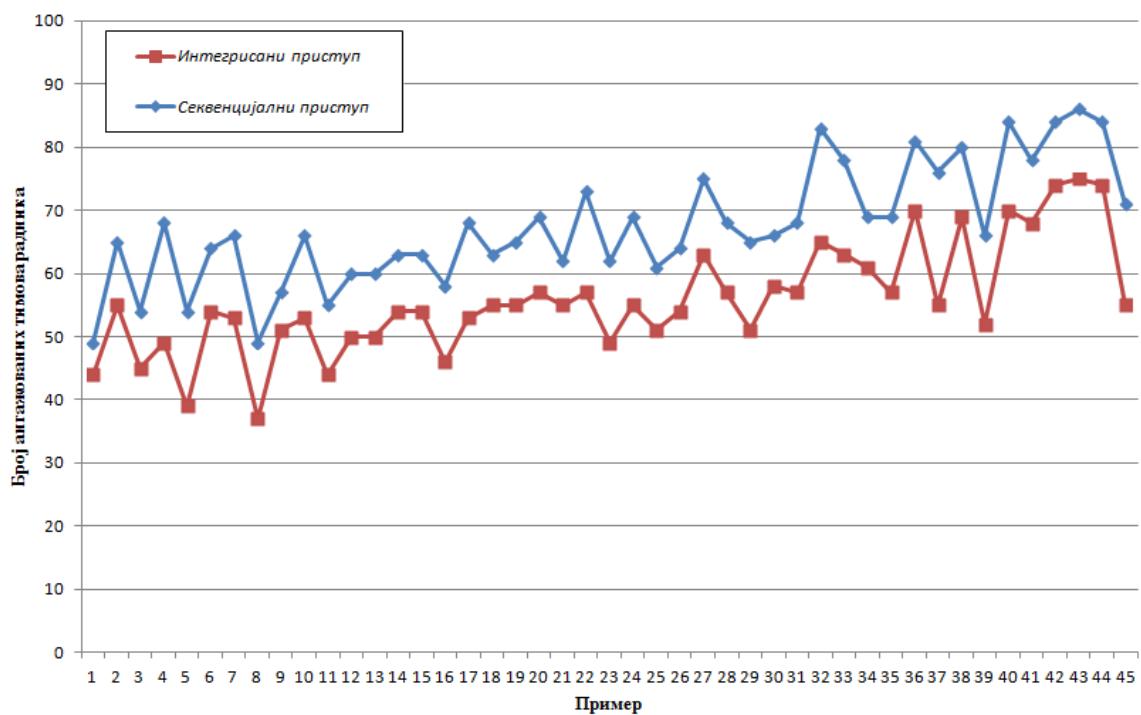
**Слика 7.4:** Упоредни приказ укупних трошкова ангажовања радника за интегрисани и секвенцијални приступ за I групу примера

**Табела 7.5:** Резултати извршених тестирања, број ангажованих тимова, трошкови ангажовања радника, време рада рачунара и релативна разлика трошкова ангажовања радника остварених интегрисаним и секвенцијалним приступом (II група примера)

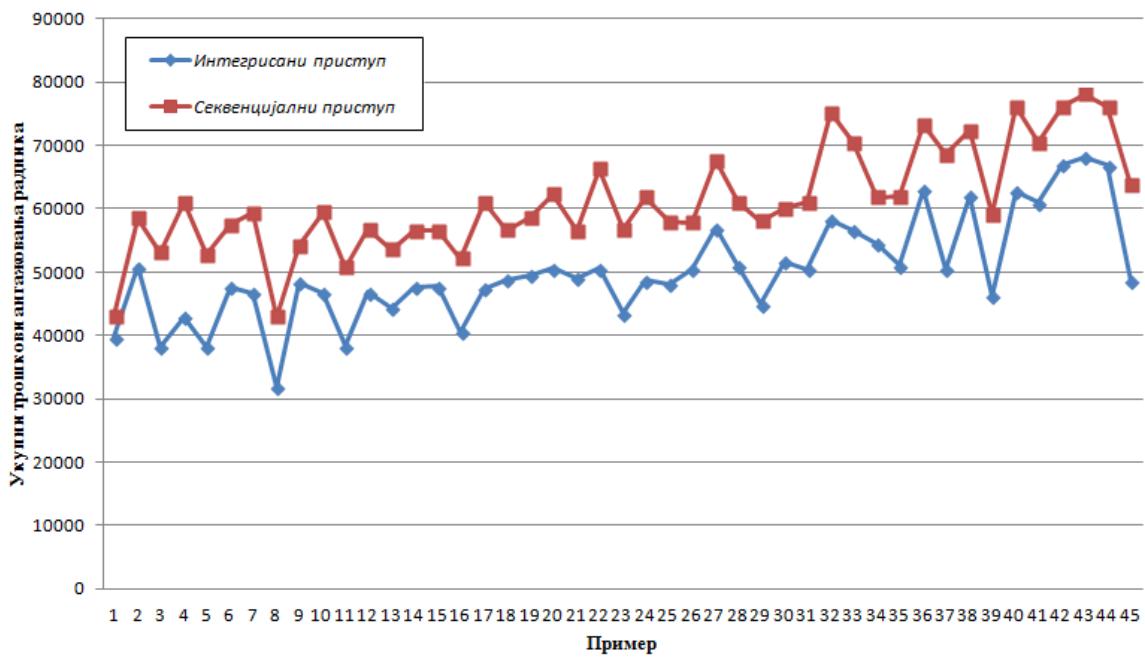
Број бродова	Пример	Интегрисани приступ			Секвенцијални приступ			Релативна разлика трошкова ангажовања радника (%) $\frac{(2) - (1)}{(2)}$
		G	Z [€] (1)	VRR ( $M_1$ ) [s]	G	Z [€] (2)	VRR ( $M_2$ ) [s]	
17	1	44	39762	0,13288	49	43142,4	0,07547	7,84
	2	55	50853,6	0,51756	65	58486,8	0,08489	13,05
	3	45	38157	0,16023	54	53063,4	0,06104	28,09
	4	49	42943,2	0,56967	68	60955,2	0,06125	29,55
	5	39	38157	0,1997	54	52725	0,06087	27,63
18	6	54	47650,8	0,18677	64	57418,8	0,07313	17,01
	7	53	46687,8	0,53078	66	59314,8	0,06263	21,29
	8	37	31827,6	0,20669	49	42940,8	0,06278	25,88
	9	51	48378	0,16091	57	54162	0,06512	10,68
	10	53	46773	0,31228	66	59421	0,0655	21,29
19	11	44	38336,4	0,4857	55	50720,4	0,06948	24,42
	12	50	46828,2	0,16974	60	56704,2	0,06561	17,42
	13	50	44297,4	0,18279	60	53537,4	0,06422	17,26
	14	54	47703,6	0,17403	63	56511,6	0,06521	15,59
	15	54	47736,6	0,17271	63	56580,6	0,06571	15,63
20	16	46	40644	0,19979	58	52176	0,0684	22,10

	17	53	47478,6	0,20022	68	61029,6	0,06493	22,20
	18	55	48755,4	0,21077	63	56651,4	0,06713	13,94
	19	55	49464	0,185	65	58693,2	0,06544	15,72
	20	57	50569,2	0,17631	69	62305,2	0,06284	18,84
21	21	55	49039,2	0,18771	62	56467,2	0,06643	13,15
	22	57	50624,4	0,4858	73	66311,4	0,06655	23,66
	23	49	43519,8	0,30012	62	56731,8	0,1044	23,29
	24	55	48705,6	0,19715	69	61881,6	0,06124	21,29
	25	51	48052,2	0,33976	61	57952,2	0,06372	17,08
22	26	54	50504,4	0,20169	64	57824,4	0,06068	12,66
	27	63	56946	0,19407	75	67578	0,06267	15,73
	28	57	50961,6	0,22821	68	61005,6	0,06121	16,46
	29	51	44908,2	0,17477	65	58099,2	0,06133	22,70
	30	58	51644,4	0,18932	66	60116,4	0,06236	14,09
23	31	57	50557,2	0,1958	68	60973,2	0,06147	17,08
	32	65	58211,4	0,1855	83	75167,4	0,0642	22,56
	33	63	56625,6	0,17691	78	70392,6	0,06282	19,56
	34	61	54508,2	0,17854	69	61876,2	0,06179	11,91
	35	57	51039	0,18882	69	61899	0,06232	17,54
24	36	70	63039	0,2267	81	73287	0,06913	13,98
	37	55	50479,2	0,19375	76	68522,4	0,06145	26,33
	38	69	61955,4	0,1941	80	72323,4	0,06286	14,34
	39	52	46156,8	0,19677	66	59055	0,06368	21,84
	40	70	62816,4	0,19075	84	76088,4	0,06173	17,44
25	41	68	60954	0,21114	78	70434	0,06342	13,46
	42	74	67020,6	0,1939	84	76152,6	0,06356	11,99
	43	75	68084,4	0,20331	86	78056,4	0,062716	12,78
	44	74	66843,6	0,20239	84	76071,6	0,06211	12,13
	45	55	48645,6	0,20711	71	63765,6	0,06268	23,71

Примена интегрисаног приступа у обе групе примера довела је до смањења броја ангажованих тимова радника и укупних трошкова ангажовања радника. Просечно смањење броја ангажованих тимова у II групи нумеричких примера износило је 11,66 тимова радника, а релативна разлика трошкова ангажовања радника кретала се од 7,84% до 29,55%. На Сликама 7.5 и 7.6 графички је приказано поређење добијених решења за II групу примера.



Слика 7.5: Упоредни приказ броја ангажованих тимова радника за II групу примера



Слика 7.6: Упоредни приказ укупних трошкова ангажовања радника за интегрисани и секвенцијални приступ за II групу примера

## 7.2. СТАТИСТИЧКА АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА ТЕСТИРАЊ

---

У овом поглављу урађена је анализа добијених резултата. У циљу статистичке верификације добијених резултата и утврђивања да ли између добијених решења постоји статистички значајна разлика, постављене су следеће хипотезе: ( $H_0: \mu_S = \mu_I$ ) и ( $H_1: \mu_S > \mu_I$ ). Где су  $\mu_S$  и  $\mu_I$  средње вредности трошкова ангажовања радника добијених применом секвенцијалног, односно *интегрисаног приступа*.

Будући да стандардна одступања основних популација нису позната, пре тестирања постављених хипотеза неопходно је проверити да ли су дисперзије две популације једнаке ( $H_0: \sigma_I^2 = \sigma_S^2$ ) (Vukadinović и Popović, 2019). За верификацију ове хипотезе користи се F-тест. Статистика:

$$F = \frac{\frac{n_S s_S^2}{n_S - 1}}{\frac{n_I s_I^2}{n_I - 1}} = \frac{n_S s_S^2 (n_I - 1)}{n_I s_I^2 (n_S - 1)} \approx \frac{s_S^2}{s_I^2} > 1 \quad (38)$$

има F-расподелу са  $n_S - 1 = 4$  и  $n_I - 1 = 4$  степена слободе. Где су  $n_I$  и  $n_S$  величине узорка, односно, број решених примера секвенцијалним, односно, *интегрисаним приступом*. За ризик  $\alpha = 0.05$  добија се следећа критична вредност  $F_{\alpha=0.05} = 6.388$ .

Будући да је за све нумеричке примере  $F \leq F_{\alpha=0.05} = 6.388$  (Табеле 7.6 и 7.7), нема основа да се одбаци нулта хипотеза, тј. може се закључити да су дисперзије једнаке.

За тестирање постављене хипотезе о једнакости средњих вредности трошкова ангажовања радника, добијених *секвенцијалним* и *интегрисаним приступом*, коришћен је Студентов t-тест.

Статистика:

$$t = \frac{\bar{x}_I - \bar{x}_S}{\sqrt{\frac{(n_I - 1)s_I^2 + (n_S - 1)s_S^2}{n_I + n_S - 2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_I} + \frac{1}{n_S}}}} \quad (39)$$

има Студентову расподелу са ( $n_I - 1 + n_S - 1$ ) = (5-1+5-1) = 8 степени слободе.

За  $\alpha = 0.05$  добија се критична вредност  $t_{\alpha=0.05} = 1.86$ . Како је за све нумеричке примере  $t > t_{\alpha=0.05} = 1.86$  (Табеле 7.6 и 7.7) може да се одбаци нулта хипотеза. Средње вредности трошкова ангажовања радника, добијених *интегрисаним приступом*, значајно су ниже од средњих вредности трошкова ангажовања радника, добијених *секвенцијалним приступом*, за све нумеричке примере.

**Табела 7.6:** F-тест и Студентов t-тест за I групу примера

Број бродова	Интегрисани приступ		Секвенцијални приступ		F-тест	Студентов t-тест	
	$\bar{X}_I$	$s_I$	$\bar{X}_S$	$s_S$	$F = \frac{s_S^2}{s_I^2}$	t	Закључак
5	14376,60	1536,90	17492,64	1134,25	1,84	3,65	$3,65 > 1,86$ , одбацујемо $H_0$ , постоји значајна разлика
6	13609,44	1043,07	18973,44	1366,87	1,72	6,98	$6,98 > 1,86$ , одбацујемо $H_0$ , постоји значајна разлика
7	15432,96	2039,81	20628,60	2125,77	1,09	3,94	$3,94 > 1,86$ , одбацујемо $H_0$ , постоји значајна разлика
8	17694,88	2077,40	24765,96	941,96	4,86	6,93	$6,93 > 1,86$ , одбацујемо $H_0$ , постоји значајна разлика
9	19095,12	1742,92	24899,40	1464,56	1,42	5,7	$5,7 > 1,86$ , одбацујемо $H_0$ , постоји значајна разлика

							разлика
10	19532,64	1919,72	28333,56	2061,93	1,15	6,98	$6,98 > 1,86$ , одбацијемо $H_0$ , постоји значајна разлика
11	21341,52	2066,60	30626,16	2385,85	1,33	6,58	$6,58 > 1,86$ , одбацијемо $H_0$ , постоји значајна разлика
12	23069,4	1687,19	32157,6	3395,69	4,05	5,35	$5,35 > 1,86$ , одбацијемо $H_0$ , постоји значајна разлика
13	23263,08	2292,84	32437,08	2656,68	1,34	5,84	$5,84 > 1,86$ , одбацијемо $H_0$ , постоји значајна разлика
14	28191	1974,16	37107	3481,78	3,11	4,98	$4,98 > 1,86$ , одбацијемо $H_0$ , постоји значајна разлика
15	27242,4	2468,92	36153,6	3607,99	2,13	4,55	$4,55 > 1,86$ , одбацијемо $H_0$ , постоји значајна разлика
16	27992,76	2375,40	34711,92	2848,08	1,44	4,05	$4,05 > 1,86$ , одбацијемо $H_0$ , постоји значајна разлика

Табела 7.7: F-тест и Студентов t-тест за II групу примера

Пример	Интегрисани приступ		Секвенцијални приступ		F-тест	Студентов t-тест	
	$\bar{X}_I$	$s_I$	$\bar{X}_S$	$s_S$	$F = \frac{s_S^2}{s_I^2}$	t	Закључак
17	41974,56	5334,29	53674,56	6862,34	1,65	3,01	$3,01 > 1,86$ , одбацијемо $H_0$ , постоји значајна разлика
18	44263,44	6986,22	54651,48	6883,54	1,03	2,37	$2,37 > 1,86$ , одбацијемо $H_0$ , постоји значајна разлика
19	44980,44	3969,76	54810,84	2643,99	2,25	4,61	$4,61 > 1,86$ , одбацијемо $H_0$ , постоји значајна разлика

20	47382,24	3930,30	58171,08	3993,28	1,03	4,31	$4,31 > 1,86$ , одбацијемо $H_0$ , постоји значајна разлика
21	47988,24	2671,12	59868,84	4202,48	2,48	5,34	$5,34 > 1,86$ , одбацијемо $H_0$ , постоји значајна разлика
22	50992,92	4275,72	60924,72	3953,53	1,17	3,81	$3,81 > 1,86$ , одбацијемо $H_0$ , постоји значајна разлика
23	54188,28	3366,42	66061,68	6372,00	3,58	3,68	$3,68 > 1,86$ , одбацијемо $H_0$ , постоји значајна разлика
24	56889,36	7982,65	69855,24	6617,07	1,46	2,8	$2,8 > 1,86$ , одбацијемо $H_0$ , постоји значајна разлика
25	62309,64	8133,90	72896,04	5846,91	1,94	2,36	$2,36 > 1,86$ , одбацијемо $H_0$ , постоји значајна разлика

## **8. ЗАКЉУЧАК**

---

Да би инвестирање у куповину контејнерског брода било исплативо, бродари теже повећању броја обрта које брод направи, односно, смањењу непродуктивног времена које брод проведе у лукама. С друге стране, да би смањили време које бродови проводе у луци, оператери ЛКТ инвестирају у инфраструктуру и супраструктуру, на чију исплативост највише утиче искоришћеност изграђене инфраструктуре и купљене супраструктуре.

Појава великих контејнерских бродова класа *VLCS* и *ULCS* и неизвесност током пловидбе утицали су на повећање флуктуације потражње у ЛКТ, а у таквим условима инвестирање за оператора ЛКТ постаје неисплативо.

У овим околностима оператери ЛКТ адекватним планирањем и применом метода Операционих истраживања теже да смање време које бродови проводе у луци, а да уједно повећају искоришћеност лучких ресурса. На интензивнију примену метода Операционих истраживања у ЛКТ утицао је

и развој информационих технологија, као и смањење трошкова њихове примене.

Предмет истраживања ове дисертације јесу проблеми распоређивања ресурса укључених у опслугу бродова у ЛКТ, као и њихово решавање, применом метода Операционих истраживања. У дисертацији су проучавана три проблема распоређивања ресурса, чија решења утичу на време које бродови проводе у луци: додељивање оперативне обале бродовима, додељивање обалских кранова бродовима, тј. одређивање броја обалских кранова који опслужују сваки брод током сваког сегмента опслуге, као и распоређивање лучких радника на смене и задатке.

Увидом у литературу може се закључити да је већина аутора проучавала и решавала појединачне проблеме распоређивања ресурса у ЛКТ. Тек последњих година истраживања неколико аутора врше интегрисање више проблема распоређивања ресурса, а ова дистертација је прилог овим истраживањима.

За решавање проблема распоређивања ресурса на оперативној обали, укључених у опслугу бродова, у дисертацији је развијена оригинална процедура, названа *интегрисани приступ*, заснован на прелиминарном решавању проблема *BAP* и оптималном решавању релаксираног обједињеног проблема.

Квалитет *интегрисаног приступа* утврђен је емпиријским путем, тестирањем на различитим нумеричким примерима и поређењем добијених решења с решењима која се добијају решавањем једног по једног оптимизационог проблема – *секвенционалним приступом*.

На основу резултата, приказаних у претходном поглављу, може се закључити:

- Применом *интегрисаног приступа* смањује се број ангажованих тимова радника. Смањење броја ангажованих тимова у првој групи нумеричких примера износило је од 2 до 14, а у другој групи од 5 до 21.
- Применом *интегрисаног приступа* смањују се трошкови ангажовања радника. Смањење трошкова ангажовања радника у првој групи нумеричких примера кретало се од 11,39% до 38,54%, а у другој групи од 7,84% до 29,55%.
- На основу статистичке анализе добијених резултата може се закључити да су средње вредности трошкова ангажовања радника, добијених *интегрисаним приступом*, значајно ниже од средњих вредности трошкова ангажовања радника, добијених *секвенцијалним приступом*, за све нумеричке примере.

Доприноси ове дисертације су:

- Развој оригиналног математичког модела за проблем распоређивања лучких радника, укључених у опслугу брода.
- Развој оригиналног математичког модела за обједињени проблем распоређивања ресурса, укључених у опслугу бродова.
- Развој оригиналне методологије, назване *интегрисани приступ* за решавање проблема распоређивања ресурса, укључених у опслугу бродова.
- Генерирање значајног броја нумеричких примера који осликавају реалне услове у ЛКТ, а за потребе тестирања *интегрисаног приступа*. Ова база података ће бити од велике користи за тестирање нових методологија развијених у циљу оптимизације распоређивања ресурса укључених у опслугу бродова.

Научни допринос ове дисертације потврђен је публиковањем резултата овог истраживања у референтном научном часопису.

На крају треба истаћи и практичну применљивост резултата овог истраживања. Развијена методологија могла би успешно да се примени и користи за решавање оперативних проблема, распоређивања ресурса укључених у опслугу бродова у реалним условима.

## **Захвалница**

---

Израду ове дисертације подржало је Министарство просвете, науке и технолошког развоја, Републике Србије, кроз научно-истраживачки пројекат Института Саобраћајног факултета: „Планирање и управљање саобраћајем и комуникацијама применом метода рачунарске интелигенције (TP36002).

## Литература

- Alderton, Patrick. (2008). *Port Management and Operations*. Informa Law. <https://www.abebooks.com/Port-Management-Operations-Lloyds-Practical-Shipping/30884019926/bd>
- Barton, H.,&Turnbull, P. (2002). Labour Regulation and Competitive Performance in the Port Transport Industry: The Changing Fortunes of Three Major European Seaports. *European Journal of Industrial Relations*, 8(2), 133–156. <https://doi.org/10.1177/095968010282002>
- Beasley, J. E. (1993). Lagrangian relaxation. In *Modern heuristic techniques for combinatorial problems* (strp. 243–303). John Wiley&Sons, Inc.
- Berhanu. (2009). *Subgradient Optimization Methods in Integer Programming: Analysis, Methods and Application to a Radiation Therapy Problem*. VDM Verlag.
- Bierwirth, C.,&Meisel, F. (2010). A survey of berth allocation and quay crane scheduling problems in container terminals. *European Journal of Operational Research*, 202(3), 615–627. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.05.031>
- Carlo, H. J., Vis, I. F. A.,&Roodbergen, K. J. (2015). Seaside operations in container terminals: Literature overview, trends, and research directions. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 27(2-3), 224–262. <https://doi.org/10.1007/s10696-013-9178-3>
- Chang, D., Jiang, Z., Yan, W.,&He, J. (2010). Integrating berth allocation and quay crane assignments. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 46(6), 975–990. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2010.05.008>
- Fisher, M. L. (1973). Optimal Solution of Scheduling Problems Using Lagrange Multipliers: Part I. *Operations Research*, 21(5), 1114–1127. <https://doi.org/10.1287/opre.21.5.1114>

Fisher, M. L. (1985). An Applications Oriented Guide to Lagrangian Relaxation. *Interfaces*, 15(2), 10–21. <https://doi.org/10.1287/inte.15.2.10>

Fisher, M. L. (2004). The Lagrangian Relaxation Method for Solving Integer Programming Problems. *Management Science*, 50(12), 1861–1871. <https://doi.org/10.1287/mnsc.1040.0263>

Francesco, M. D., Fancello, G., Serra, P., & Zuddas, P. (2015). Optimal management of human resources in transhipment container ports. *Maritime Policy & Management*, 42(2), 127–144. <https://doi.org/10.1080/03088839.2013.870355>

Francesco, M. D., Manca, A., Zanda, S., & Zuddas, P. (2016a). Planning and optimising manpower management in a transhipment container terminal. *European Journal of Industrial Engineering*, 10(6), 777–793. <https://doi.org/10.1504/EJIE.2016.081020>

Francesco, M., Díaz-Maroto Llorente, N., Zanda, S., & Zuddas, P. (2016b). An optimization model for the short-term manpower planning problem in transhipment container terminals. *Computers & Industrial Engineering*, 97, 183–190. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2016.04.012>

Francesco, M., Fancello, G., Serra, P., & Zuddas, P. (2014). Optimal management of human resources in transhipment container ports. *Maritime Policy & Management*. <http://doi.org/10.1080/03088839.2013.870355>

Gardašević-Filipović, M. (2012). Numeričke metode za rešavanje konveksnih nediferencijabilnih optimizacionih problema. Doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu Matematički fakultet. <https://doi.org/10.2298/BG20120517GARDASEVIC>

Geoffrion, A., & Bride, R. M. (1978). Lagrangean Relaxation Applied to Capacitated Facility Location Problems. *A I I E Transactions*, 10(1), 40–47. <https://doi.org/10.1080/05695557808975181>

Geoffrion, A. M. (1974). Lagrangean relaxation for integer programming. Y M. L. Balinski (Ed.), *Approaches to Integer Programming* (ctrp. 82–114). Springer. <https://doi.org/10.1007/BFb0120690>

Gkonis, K. G., & Psaraftis, H. N. (2010). Some key variables affecting liner shipping costs. *Laboratory for Maritime Transport, National Technical University of Athens*.

Böse, Jürgen W. (Ed.) (2011). *Handbook of Terminal Planning*. Springer, New York, NY. <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-8408-1>

Hartmann, S. (2005). A general framework for scheduling equipment and manpower at container terminals. Y H.-O. Günther & K. H. Kim (Ed.),

- Container Terminals and Automated Transport Systems: Logistics Control Issues and Quantitative Decision Support* (ctrp. 207–230). Springer. [https://doi.org/10.1007/3-540-26686-0\\_9](https://doi.org/10.1007/3-540-26686-0_9)
- Held, M.,&Karp, R. M. (1970). The Traveling-Salesman Problem and Minimum Spanning Trees. *Operations Research*, 18(6), 1138–1162. <https://doi.org/10.1287/opre.18.6.1138>
- Held, M.,&Karp, R. M. (1971). The traveling-salesman problem and minimum spanning trees: Part II. *Mathematical Programming*, 1(1), 6–25. <https://doi.org/10.1007/BF01584070>
- Imai, A., Nishimura, E., Hattori, M.,&Papadimitriou, S. (2007). Berth allocation at indented berths for mega-containerships. *European Journal of Operational Research*, 179(2), 579–593. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.03.034>
- Imai, A., Sun, X., Nishimura, E.,&Papadimitriou, S. (2005). Berth allocation in a container port: Using a continuous location space approach. *Transportation Research Part B: Methodological*, 39(3), 199–221. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2004.04.004>
- Ioannou, P., Chassiakos, A., Abadi, A., Chang, H., Jula, H., Lestas, M., Saggam, L., Thomas, D.,&Wang, Y. (2011). *Reconfiguration Strategies for Mitigating the Impacts of Port Disruptions* (METRANS Project 07-14). Article METRANS Project 07-14. <https://trid.trb.org/view/1126484>
- Iris, C. (2016). *Exact and Heuristic Methods for Integrated Container Terminal Problems*. PhD Thesis, Technical University of Denmark.
- Iris, Ç., Pacino, D.,&Ropke, S. (2017). Improved formulations and an Adaptive Large Neighborhood Search heuristic for the integrated berth allocation and quay crane assignment problem. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 105, 123–147. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2017.06.013>
- Khalid, Bichou. (2009). *Port Operations, Planning and Logistics*. Taylor&Francis Inc. <https://doi.org/10.4324/9781315850443>
- Kim, K. H.,&Günther, H.-O. (2007). Container terminals and terminal operations. Y K. H. Kim&H.-O. Günther (Ed.), *Container Terminals and Cargo Systems: Design, Operations Management, and Logistics Control Issues* (ctrp. 3–12). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-540-49550-5\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-540-49550-5_1)
- Kim, K. H., Kim, K. W., Hwang, H.,&Ko, C. S. (2004). Operator-scheduling using a constraint satisfaction technique in port container terminals. *Computers&Industrial Engineering*, 46(2), 373–381. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2003.12.017>

- Legato, P.,&Monaco, M. F. (2004). Human resources management at a marine container terminal. *European Journal of Operational Research*, 156(3), 769-781. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(03\)00134-6](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(03)00134-6)
- Lim, A. (1998). The berth planning problem. *Operations Research Letters*, 22(2), 105-110. [https://doi.org/10.1016/S0167-6377\(98\)00010-8](https://doi.org/10.1016/S0167-6377(98)00010-8)
- Lim, A., Rodrigues, B.,&Song, L. (2004). Manpower Allocation with Time Windows. *The Journal of the Operational Research Society*, 55(11), 1178-1186. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601782>
- Meisel, F. (2009). *Seaside Operations Planning in Container Terminals*. Physica-Verlag HD. <https://doi.org/10.1007/978-3-7908-2191-8>
- Meisel, F.,&Bierwirth, C. (2006a). Integration of Berth Allocation and Crane Assignment to Improve the Resource Utilization at a Seaport Container Terminal. Y *Operations Research Proceedings 2005* (ctrp. 105-110). Springer, Berlin, Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/3-540-32539-5\\_17](https://doi.org/10.1007/3-540-32539-5_17)
- Meisel, F.,&Bierwirth, C. (2006b). Integration of Berth Allocation and Crane Assignment to Improve the Resource Utilization at a Seaport Container Terminal. Y H.-D. Haasis, H. Kopfer,&J. Schönberger (Ed.), *Operations Research Proceedings 2005* (Tom 2005, ctrp. 105-110). Springer Berlin Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/3-540-32539-5\\_17](https://doi.org/10.1007/3-540-32539-5_17)
- Meisel, F.,&Bierwirth, C. (2009a). The Berth Allocation Problem with a Cut-and-Run Option. Y B. Fleischmann, K.-H. Borgwardt, R. Klein,&A. Tuma (Ed.), *Operations Research Proceedings 2008* (ctrp. 283-288). Springer Berlin Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-00142-0\\_46](https://doi.org/10.1007/978-3-642-00142-0_46)
- Meisel, F.,&Bierwirth, C. (2009b). Heuristics for the integration of crane productivity in the berth allocation problem. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 45(1), 196-209. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2008.03.001>
- Monaco, M. F., Moccia, L.,&Samarra, M. (2009). Operations Research for the management of a transhipment container terminal: The Gioia Tauro case. *Maritime Economics&Logistics*, 11(1), 7-35. <https://doi.org/10.1057/mel.2008.21>
- Notteboom, T. E. (2006). The Time Factor in Liner Shipping Services. *Maritime Economics&Logistics*, 8(1), 19-39. <https://doi.org/10.1057/palgrave.mel.9100148>
- Notteboom, T. E. (2010). Concentration and the formation of multi-port gateway regions in the European container port system: An update. *Journal of*

*Transport Geography*, 18(4), 567–583.  
<https://doi.org/10.1016/j.jtrangeo.2010.03.003>

Notteboom, T. E. (2010). *Dock labour and port-related employment in the European seaport system: Key factors to port competitiveness and reform, report for European Seaports Organization (ESPO)*. ITMMA – University of Antwerp, Antwerp.

Notteboom, T. E. (2012). *Dock Labour Systems in North-West European Seaports: How to Meet Stringent Market Requirements?* Proceedings of the International Forum on Shipping, Ports and Airports (IFSPA) 2012: Transport Logistics for Sustainable Growth at a New Level, 27-30 May 2012, pp. 365-383, Hong Kong, China.

Pani, C., Vanelslander, T., Fancello, G.&Cannas, M. (2015). Prediction of late/early arrivals in container terminals - A qualitative approach. *European Journal of Transport and Infrastructure Research*, 15(4), Article 4. <https://doi.org/10.18757/ejir.2015.15.4.3096>

Park, K. T.,&Kim, K. H. (2002). Berth scheduling for container terminals by using a sub-gradient optimization technique. *Journal of the Operational Research Society*, 53(9), 1054–1062. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601412>

Park, Y.-M.,&Kim, K. H. (2005). A scheduling method for Berth and Quay cranes. Y P. D. H.-O. Günther&P. K. H. Kim (Ed.), *Container Terminals and Automated Transport Systems* (ctrp. 159–181). Springer Berlin Heidelberg. [http://link.springer.com/chapter/10.1007/3-540-26686-0\\_7](http://link.springer.com/chapter/10.1007/3-540-26686-0_7)

Radmilović, Zoran. (2002). *Planiranje i razvoj luka i pristaništa*. Univerzitet u Beogradu, Saobraćajni fakultet.

Schonfeld, P.,&Sharafeldien, O. (1985). Optimal Berth and Crane Combinations in Containerports. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 111(6), 1060–1072. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-950X\(1985\)111:6\(1060\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-950X(1985)111:6(1060))

Serra Patrizia. (2014). *Human resource management at maritime container terminals: Optimisation method and policy implication*. PhD Thesis, University of Palermo.

Shapiro, J. F. (1971). Generalized Lagrange Multipliers in Integer Programming. *Operations Research*, 19(1), 68–76. <https://doi.org/10.1287/opre.19.1.68>

Steenken, D., Voß, S.,&Stahlbock, R. (2005). Container terminal operation and operations research – A classification and literature review. Y P. D. H.-O. Günther&P. K. H. Kim (Ed.), *Container Terminals and Automated Transport Systems* (ctrp. 3–49). Springer Berlin Heidelberg.

- Turnbull, P. (2011). 6. Dockers versus the Directives: Battling Port Policy on the European Waterfront. Y *Global Unions* (ctp. 117–136). Cornell University Press.
- Turnbull, P. J. (2010). Port labor. Y W. K. Talley (Ed.), *Blackwell Companion to Maritime Economics* (ctp. 517–548). Wiley-Blackwell. <http://orca.cf.ac.uk/24806/>
- Turnbull, P. P. (2006). *Social dialogue in the process of structural adjustment and private sector participation in ports: A practical guidance manual*. International Labour Organization (ILO).
- UNCTAD. (1985). Operations planning in ports. Y *Monographs on port management*. UNCTAD.
- UNCTAD (2020). *Review of Maritime Transport 2020* | UNCTAD. United Nations Publications. <https://unctad.org/webflyer/review-maritime-transport-2020>
- Vacca, I. (2011). *Container Terminal Management: Integrated Models and Large-Scale Optimization Algorithms*. PhD Thesis, Icole Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- Van Hooydonk, E. (2014a). *Port Labour in the EU. Labour Market, Qualifications&Training, Health&Safety, Volume 2 – The Member State Perspective*, Annexes Portius.
- Van Hooydonk, E. (2014b). *Port Labour in the EU. Labour Market, Qualifications&Training, Health&Safety, Volume 2 – The Member State Perspective*, Annexes Portius.
- Vis, I. F. A., Carlo, H. J.&Roodbergen, K. J. (2017). Container terminal operations: An overview. *Ports and Networks: Strategies, Operations and Perspectives*, 219–235. <https://doi.org/10.4324/9781315601540>
- Vis, I. F. A.&de Koster, R. (2003). Transshipment of containers at a container terminal: An overview. *European Journal of Operational Research*, 147(1), 1–16. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00293-X](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00293-X)
- Vis, I. F. A.&Harika, I. (2005). Comparison of vehicle types at an automated container terminal. Y P. D. H.-O. Günther&P. K. H. Kim (Ed.), *Container Terminals and Automated Transport Systems* (ctp. 51–77). Springer Berlin Heidelberg. [http://link.springer.com/chapter/10.1007/3-540-26686-0\\_2](http://link.springer.com/chapter/10.1007/3-540-26686-0_2)
- Vukadinović, S.&Popović, J. (2019). *Verovatnoća i statistika*. Univerzitet u Beogradu, Saobraćajni fakultet.

Vukicevic Bisevac, I., Vidic, N.,&Vukadinovic, K. (2021). A Solution Approach to the Daily Dockworker Planning Problem at a Port Container Terminal. *Mathematical Problems in Engineering*.  
<https://doi.org/10.1155/2021/2359279>

Vukićević Biševac, I.,&Vukadinović, K. (2017). Novi matematički model problema dnevnog raspoređivanja radnika u lučkim kontejnerskim terminalima. SYM-OP-IS 2017, XLIV Simpozijum o operacionim istraživanjima, Zlatibor 25-28. septembar, str 289-294, ISBN 978-86-7488-135-4.

Vukićević Biševac, I.,&Vukadinović, K. (2020). Raspoređivanje lučkih radnika primenom Genetskog algoritma. SYM-OP-IS 2020, XLVII Simpozijum o operacionim istraživanjima, Beograd 20-23. septembar, str 451-455, ISBN:978-86-7395-429-5.

Vukićević, I. (2013). *Raspoređivanje radnika u lučkom terminalu primenom metaheuristika*. Master rad, Univerzitet u Beogradu, Saobraćajni fakultet.

Vukicevic, I., Pjevcevic, D., Teodorovic, D., Vukadinovic, K.,&Vidic, N. (2012). A model of worker planning and assignment at port container terminal. *Proceedings. XX INTERNATIONAL CONFERENCE ON „MATERIAL HANDLING, CONSTRUCTIONS AND LOGISTICS“*, Belgrade.

Zanda, S. (2019). *Manpower planning optimization in three different real world areas: Container terminals, hospitals and retail stores*. PhD Thesis, University of Cagliari.

## Прилог I

---

**Табела I.1:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 1

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	170	12	120	16	14	12	16
Брод 2	230	13	34	24	6	13	15
Брод 3	340	2	66	24	18	2	10
Брод 4	310	13	115	19	20	16	19
Брод 5	350	9	116	23	16	9	12

**Табела I.2:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 2

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	230	14	1090	15	16	12	15
Брод 2	160	11	106	19	14	11	17
Брод 3	270	5	99	18	6	5	7
Брод 4	240	9	32	16	6	9	11
Брод 5	290	2	72	16	10	2	6

**Табела I.3:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 3

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	200	8	1170	22	12	8	10
Брод 2	240	10	64	19	20	10	19
Брод 3	260	6	40	15	14	6	9
Брод 4	240	12	13	17	20	12	17
Брод 5	330	11	74	16	8	14	16

**Табела I.4:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 4

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	340	10	310	22	16	10	17
Брод 2	150	5	27	21	10	5	9
Брод 3	240	10	81	15	16	10	15
Брод 4	230	10	102	21	12	10	15
Брод 5	240	1	42	18	6	1	3

**Табела I.5:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 5

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	270	3	730	17	14	3	9
Брод 2	290	11	24	22	16	11	18
Брод 3	260	7	89	16	14	7	13
Брод 4	230	3	30	17	20	3	12
Брод 5	280	5	111	15	8	5	8

**Табела I.6:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 6

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	310	8	1110	20	18	8	16
Брод 2	290	6	79	19	10	6	10
Брод 3	300	6	112	17	18	6	14
Брод 4	280	3	20	22	16	3	10
Брод 5	230	4	111	17	18	3	7
Брод 6	230	1	96	15	12	1	5

**Табела I.7:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 7

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	320	9	430	16	18	9	16
Брод 2	300	14	120	15	8	14	15
Брод 3	260	7	27	19	10	7	11
Брод 4	180	1	79	16	6	1	3
Брод 5	350	13	73	22	14	13	19
Брод 6	200	9	47	18	8	9	12

**Табела I.8:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 8

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	190	1	30	21	18	1	9
Брод 2	310	11	110	20	20	11	20
Брод 3	350	5	97	20	6	5	7
Брод 4	150	10	90	17	20	10	17
Брод 5	260	6	98	17	6	6	8
Брод 6	160	9	46	19	16	9	16

**Табела I.9:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 9

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	310	12	340	24	16	12	19
Брод 2	350	13	66	19	16	13	19
Брод 3	280	2	115	23	16	2	9
Брод 4	150	13	116	16	10	13	16
Брод 5	320	9	19	19	14	9	12
Брод 6	340	2	117	24	8	2	5

**Табела I.10:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 10

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	290	10	840	22	6	10	12
Брод 2	300	1	39	22	12	1	6
Брод 3	200	4	115	16	20	4	13
Брод 4	290	1	5	19	10	1	5
Брод 5	280	2	53	19	14	2	8
Брод 6	180	12	46	21	8	12	15

**Табела I.11:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 11

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	220	14	1180	23	12	14	19
Брод 2	210	3	49	18	12	3	8
Брод 3	240	4	75	21	6	4	6
Брод 4	230	6	19	17	6	6	8
Брод 5	220	2	46	20	10	2	6
Брод 6	260	10	20	23	10	10	14
Брод 7	300	6	91	20	14	7	13

**Табела I.12:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 12

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	350	14	900	16	12	14	16
Брод 2	260	14	13	16	10	14	16
Брод 3	290	7	82	21	14	7	13
Брод 4	150	4	56	23	10	4	8
Брод 5	310	11	26	20	12	11	16
Брод 6	300	11	12	22	8	11	13
Брод 7	170	11	99	16	8	11	13

**Табела I.13:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 13

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	320	1	700	21	6	1	3
Брод 2	310	13	53	22	18	13	21
Брод 3	320	10	31	21	14	10	16
Брод 4	250	14	91	19	10	14	18
Брод 5	280	3	28	18	20	3	12
Брод 6	340	13	8	23	8	13	16
Брод 7	240	12	93	18	14	12	18

**Табела I.14:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 14

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	300	9	450	24	18	9	17
Брод 2	220	6	101	17	16	6	13
Брод 3	280	2	89	18	18	2	10
Брод 4	230	1	69	15	10	1	5
Брод 5	280	6	22	21	14	6	12
Брод 6	150	3	115	16	14	3	9
Брод 7	340	11	32	15	12	11	15

**Табела I.15:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 15

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	190	4	650	21	12	4	9
Брод 2	180	4	11	22	20	4	13
Брод 3	150	7	97	20	20	7	16
Брод 4	170	4	119	23	16	4	11

Брод 5	270	12	9	23	20	12	21
Брод 6	340	14	113	21	16	14	21
Брод 7	220	1	3	16	10	1	5

**Табела I.16:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 16

	Дужина брода [м]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [м]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [кран-час]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	290	11	1150	19	10	11	15
Брод 2	300	12	116	24	6	12	14
Брод 3	300	2	19	22	6	2	4
Брод 4	230	12	117	24	18	12	20
Брод 5	280	9	115	21	16	9	16
Брод 6	180	2	59	15	10	2	6
Брод 7	290	4	97	23	20	4	13
Брод 8	150	8	18	24	6	8	10

**Табела I.17:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 17

	Дужина брода [м]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [м]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [кран-час]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	330	6	860	24	18	6	14
Брод 2	350	5	91	18	8	5	8
Брод 3	260	10	34	20	18	10	18
Брод 4	170	11	82	17	10	11	15
Брод 5	180	3	79	22	8	3	6
Брод 6	200	7	20	17	8	7	10
Брод 7	320	6	15	20	14	6	12
Брод 8	200	9	60	21	12	9	14

**Табела I.18:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 18

	Дужина брода [м]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [м]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [кран-час]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	180	5	460	20	8	5	7
Брод 2	270	11	69	19	18	8	11
Брод 3	200	8	10	15	8	8	9
Брод 4	280	8	7	18	18	8	16
Брод 5	290	12	64	16	14	12	14
Брод 6	300	4	94	22	20	4	7
Брод 7	240	10	113	18	6	10	11
Брод 8	160	10	16	20	12	15	20

**Табела I.19:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 19

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	230	2	320	23	18	2	10
Брод 2	160	13	97	20	20	13	20
Брод 3	200	1	52	20	12	1	6
Брод 4	170	11	110	16	12	11	16
Брод 5	180	11	22	23	10	11	15
Брод 6	200	12	32	21	18	12	20
Брод 7	230	2	18	18	10	2	6
Брод 8	160	6	17	20	6	6	8

**Табела I.20:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 20

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	290	11	700	21	12	11	16
Брод 2	180	6	8	22	12	6	11
Брод 3	220	4	29	21	12	4	9
Брод 4	280	6	43	19	10	6	10
Брод 5	310	2	99	20	12	2	7
Брод 6	160	2	2	17	12	2	5
Брод 7	340	13	6	22	18	13	21
Брод 8	310	13	21	16	16	13	16

**Табела I.21:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 21

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	230	12	1160	22	16	12	19
Брод 2	280	13	19	24	10	13	17
Брод 3	180	2	117	21	20	2	8
Брод 4	290	13	115	15	6	13	14
Брод 5	150	9	59	23	12	9	12
Брод 6	200	2	97	24	10	2	3
Брод 7	150	4	18	21	16	4	8
Брод 8	170	8	51	22	16	9	12
Брод 9	320	14	110	22	8	14	17

**Табела I.22:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 22

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	320	7	150	21	18	7	15
Брод 2	200	7	60	23	14	7	13
Брод 3	340	10	116	24	14	10	16
Брод 4	220	10	41	20	18	10	18
Брод 5	190	11	71	16	10	11	15
Брод 6	200	4	27	16	16	4	10
Брод 7	270	10	91	17	16	6	9
Брод 8	240	10	31	23	10	14	18
Брод 9	220	3	61	17	14	3	6

**Табела I.23:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 23

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	350	2	410	21	6	2	4
Брод 2	160	1	20	22	10	1	5
Брод 3	240	8	96	19	8	8	11
Брод 4	170	11	38	15	18	11	15
Брод 5	350	14	64	17	12	14	17
Брод 6	150	2	20	24	18	2	10
Брод 7	310	8	73	16	8	8	10
Брод 8	320	7	32	23	8	7	10
Брод 9	330	1	79	20	8	1	4

**Табела I.24:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 24

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	200	2	490	24	10	2	6
Брод 2	230	13	10	19	18	13	19
Брод 3	170	9	29	19	6	9	11
Брод 4	170	8	15	18	6	8	10
Брод 5	340	3	23	24	8	3	6
Брод 6	350	12	29	18	14	12	18
Брод 7	270	9	51	16	16	9	16
Брод 8	160	5	6	22	14	5	11
Брод 9	190	8	109	18	12	8	13

**Табела I.25:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 25

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	260	8	100	23	8	8	11
Брод 2	280	5	112	22	8	5	8
Брод 3	270	11	94	21	8	11	14
Брод 4	190	3	59	18	12	3	5
Брод 5	210	10	53	23	10	10	13
Брод 6	240	3	54	20	18	3	8
Брод 7	190	6	37	18	12	2	4
Брод 8	320	9	62	24	8	9	10
Брод 9	190	11	62	23	18	12	20

**Табела I.26:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 26

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	200	3	10	20	20	3	10
Брод 2	230	9	97	23	12	9	11
Брод 3	240	9	60	24	16	11	18
Брод 4	320	11	65	23	12	12	17
Брод 5	320	3	105	17	18	3	6
Брод 6	240	5	87	15	10	5	7
Брод 7	220	3	81	19	16	1	4
Брод 8	340	12	22	15	20	12	15
Брод 9	300	5	67	19	12	16	19
Брод 10	300	4	116	24	12	16	21

**Табела I.27:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 27

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	250	3	150	17	16	3	10
Брод 2	230	5	76	19	8	5	8
Брод 3	160	2	42	23	18	2	10
Брод 4	220	6	41	20	10	6	10
Брод 5	190	5	69	17	10	5	9
Брод 6	190	5	104	20	8	3	5
Брод 7	320	12	24	20	16	12	19
Брод 8	230	8	81	19	6	9	11
Брод 9	160	8	109	15	20	11	15
Брод 10	220	11	24	22	8	11	14

**Табела I.28:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 28

	Дужина брода [м]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [м]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	260	5	630	22	18	5	13
Брод 2	230	10	27	23	12	10	15
Брод 3	170	2	102	22	16	2	9
Брод 4	300	8	80	20	12	8	13
Брод 5	270	11	98	22	18	11	19
Брод 6	310	14	96	19	10	14	18
Брод 7	260	11	57	23	20	11	20
Брод 8	320	11	38	15	10	9	10
Брод 9	270	6	83	24	6	6	8
Брод 10	340	4	119	15	16	4	8

**Табела I.29:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 29

	Дужина брода [м]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [м]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	270	12	290	18	16	12	16
Брод 2	250	13	48	21	8	13	14
Брод 3	200	5	33	18	14	5	7
Брод 4	270	12	100	19	12	12	14
Брод 5	330	8	120	18	18	8	11
Брод 6	160	7	78	19	14	7	11
Брод 7	240	12	85	20	10	11	12
Брод 8	160	14	112	24	10	15	17
Брод 9	260	2	83	17	8	2	5
Брод 10	260	10	69	18	20	1	4

**Табела I.30:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 30

	Дужина брода [м]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [м]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	300	5	720	18	6	5	6
Брод 2	170	3	36	24	14	2	4
Брод 3	240	6	16	20	10	6	7
Брод 4	250	11	47	22	12	10	12
Брод 5	260	10	99	23	16	10	17
Брод 6	330	10	118	16	8	8	9
Брод 7	290	1	104	24	14	1	3
Брод 8	310	6	11	16	10	7	8
Брод 9	260	13	41	22	18	14	17
Брод 10	350	5	29	22	8	4	6

**Табела I.31:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 31

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	170	4	860	18	12	4	9
Брод 2	200	2	21	21	18	2	10
Брод 3	310	14	54	23	8	14	17
Брод 4	190	9	76	19	6	9	11
Брод 5	150	6	112	23	8	6	9
Брод 6	240	10	64	18	14	10	16
Брод 7	340	12	76	20	10	12	16
Брод 8	200	5	82	18	14	5	11
Брод 9	260	10	111	23	6	10	12
Брод 10	220	3	19	21	16	3	8
Брод 11	150	14	49	23	10	14	18

**Табела I.32:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 31

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	270	1	290	24	8	1	2
Брод 2	150	8	75	18	8	8	11
Брод 3	310	10	63	16	14	10	12
Брод 4	270	7	50	22	18	7	10
Брод 5	250	9	27	16	18	11	15
Брод 6	200	3	104	16	18	3	6
Брод 7	200	10	104	18	16	12	17
Брод 8	250	6	35	23	18	5	8
Брод 9	190	2	74	20	16	13	20
Брод 10	160	6	94	20	8	3	4
Брод 11	180	4	115	24	20	13	22

**Табела I.33:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 31

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	190	2	860	18	20	1	4
Брод 2	170	10	49	22	16	10	17
Брод 3	230	4	104	23	10	1	2
Брод 4	250	4	111	15	12	6	8
Брод 5	260	5	91	16	6	6	7
Брод 6	350	3	35	23	18	3	7

Брод 7	250	8	96	19	12	8	10
Брод 8	230	14	18	19	10	14	18
Брод 9	350	6	61	24	20	12	21
Брод 10	200	9	74	22	12	11	13
Брод 11	280	9	85	24	10	18	22

**Табела I.34:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 31

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	330	2	1150	19	10	2	6
Брод 2	200	9	25	21	14	9	15
Брод 3	350	3	93	17	20	3	12
Брод 4	280	2	74	20	8	2	5
Брод 5	180	9	111	17	16	9	16
Брод 6	320	5	73	17	18	5	13
Брод 7	280	6	85	21	12	6	11
Брод 8	260	11	90	23	8	12	15
Брод 9	200	13	47	23	18	13	21
Брод 10	150	5	31	17	12	5	8
Брод 11	190	14	5	18	6	14	16

**Табела I.35:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 31

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	160	13	60	18	18	13	16
Брод 2	250	9	88	15	16	9	13
Брод 3	170	2	85	20	12	2	5
Брод 4	200	13	56	23	14	13	19
Брод 5	330	1	70	24	8	1	2
Брод 6	190	1	41	22	14	1	7
Брод 7	170	14	21	18	16	16	19
Брод 8	260	10	48	17	14	10	12
Брод 9	210	6	111	21	10	6	7
Брод 10	230	8	28	23	10	8	9
Брод 11	310	11	44	24	8	10	12

**Табела I.36:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 36

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	180	12	690	16	18	13	16
Брод 2	250	7	84	24	14	8	10
Брод 3	260	5	116	22	14	5	7
Брод 4	190	11	66	16	16	9	12
Брод 5	280	4	77	23	16	2	5
Брод 6	150	12	69	24	18	16	19
Брод 7	210	12	112	24	12	12	15
Брод 8	260	12	104	20	8	12	13
Брод 9	210	6	21	20	10	6	7
Брод 10	270	6	22	16	18	1	4
Брод 11	220	13	30	20	8	17	18
Брод 12	170	7	91	20	10	7	11

**Табела I.37:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 37

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	230	14	270	20	14	14	20
Брод 2	160	12	43	16	18	12	16
Брод 3	190	4	32	24	14	4	10
Брод 4	200	14	35	20	10	14	18
Брод 5	190	1	23	23	20	1	10
Брод 6	290	6	3	19	12	6	11
Брод 7	300	6	54	21	14	6	12
Брод 8	260	6	30	15	16	6	13
Брод 9	260	2	105	24	16	2	5
Брод 10	280	6	64	21	8	3	5
Брод 11	350	9	110	16	6	11	13
Брод 12	280	14	117	22	10	14	18

**Табела I.38:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 38

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	160	13	420	19	10	13	17
Брод 2	240	8	94	15	8	8	9
Брод 3	270	7	47	23	12	7	9
Брод 4	260	7	86	16	18	1	4
Брод 5	320	11	58	16	14	11	14

Брод 6	170	10	88	16	16	11	14
Брод 7	210	10	113	21	14	17	19
Брод 8	150	3	63	17	16	3	6
Брод 9	340	7	109	17	18	15	19
Брод 10	310	8	27	22	14	8	12
Брод 11	300	6	105	20	8	1	2
Брод 12	170	7	10	24	14	18	24

**Табела I.39:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 39

	Дужина брода [м]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [м]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [кран-час]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	250	3	770	20	8	3	4
Брод 2	320	13	28	23	18	13	16
Брод 3	350	2	22	23	18	1	4
Брод 4	150	5	20	16	8	5	6
Брод 5	260	9	18	21	18	9	12
Брод 6	330	7	25	24	10	7	8
Брод 7	340	12	115	24	10	12	16
Брод 8	320	8	2	16	10	9	10
Брод 9	330	4	115	16	18	11	16
Брод 10	300	10	4	22	16	17	22
Брод 11	170	3	117	15	12	1	5
Брод 12	250	10	36	15	16	17	20

**Табела I.40:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 40

	Дужина брода [м]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [м]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [кран-час]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	160	14	950	17	18	14	17
Брод 2	160	3	79	20	6	3	5
Брод 3	310	4	4	18	10	4	8
Брод 4	280	9	95	19	8	9	12
Брод 5	150	12	111	24	14	12	18
Брод 6	260	12	60	21	6	12	14
Брод 7	300	6	101	24	6	6	8
Брод 8	170	2	16	19	18	2	10
Брод 9	190	2	92	19	20	2	11
Брод 10	320	6	112	22	10	6	10
Брод 11	170	12	100	22	14	9	13
Брод 12	330	4	32	19	6	4	5

**Табела I.41:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 41

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	190	3	1120	19	20	3	6
Брод 2	310	1	1	17	6	1	2
Брод 3	180	7	99	24	16	7	10
Брод 4	250	3	93	18	14	3	5
Брод 5	150	14	120	23	14	14	19
Брод 6	180	6	28	17	12	6	8
Брод 7	250	14	111	23	14	15	21
Брод 8	320	11	78	16	12	12	14
Брод 9	170	9	13	22	6	9	10
Брод 10	300	8	33	15	10	8	12
Брод 11	290	10	92	21	14	13	19
Брод 12	150	1	97	20	14	15	21
Брод 13	250	11	13	18	18	11	17

**Табела I.42:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 42

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	150	14	130	24	20	14	20
Брод 2	330	2	36	21	14	2	4
Брод 3	320	10	7	16	6	10	12
Брод 4	170	9	61	21	10	7	8
Брод 5	230	7	93	18	8	7	9
Брод 6	170	5	34	24	8	5	6
Брод 7	270	7	28	17	6	7	8
Брод 8	340	10	40	22	18	10	13
Брод 9	200	14	55	20	16	14	17
Брод 10	350	2	89	16	10	2	6
Брод 11	220	12	62	21	18	12	16
Брод 12	190	9	46	15	16	17	20
Брод 13	280	13	109	16	14	9	11

**Табела I.43:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 43

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	200	6	740	23	12	6	11
Брод 2	280	6	7	23	20	6	9

Брод 3	170	2	70	21	8	2	5
Брод 4	280	5	102	24	18	5	12
Брод 5	230	8	60	24	6	8	10
Брод 6	310	7	53	16	10	10	14
Брод 7	280	10	18	21	16	10	17
Брод 8	230	8	4	19	10	11	15
Брод 9	210	12	91	15	14	13	15
Брод 10	220	2	96	23	12	2	4
Брод 11	340	7	36	19	6	15	17
Брод 12	240	9	14	22	14	16	22
Брод 13	240	3	46	15	14	3	5

**Табела I.44:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 44

	Дужина брода [м]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [м]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [кран-час]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	290	3	970	22	18	16	22
Брод 2	350	2	99	20	8	2	3
Брод 3	350	1	103	24	6	1	2
Брод 4	350	3	57	19	8	3	5
Брод 5	180	8	117	16	6	8	9
Брод 6	350	8	101	18	12	11	13
Брод 7	260	6	10	17	12	7	10
Брод 8	160	5	29	20	10	5	6
Брод 9	210	1	99	15	18	12	15
Брод 10	330	12	49	15	12	11	15
Брод 11	320	9	56	16	10	9	10
Брод 12	150	7	115	24	6	14	15
Брод 13	280	4	116	23	8	5	6

**Табела I.45:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 45

	Дужина брода [м]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [м]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [кран-час]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	160	4	800	24	12	4	9
Брод 2	330	1	102	21	6	1	3
Брод 3	150	10	92	24	14	10	16
Брод 4	250	1	97	20	16	1	8
Брод 5	290	9	76	23	8	9	12
Брод 6	260	6	86	19	16	6	13
Брод 7	250	4	83	20	10	4	8
Брод 8	210	10	39	16	18	10	16

Брод 9	270	5	64	21	10	5	9
Брод 10	340	2	105	24	6	2	4
Брод 11	290	8	7	20	8	9	12
Брод 12	340	3	61	19	6	3	5
Брод 13	170	13	52	22	20	13	22

**Табела I.46:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 46

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	260	2	10	20	18	5	8
Брод 2	190	4	27	17	12	4	6
Брод 3	310	2	1	15	18	12	15
Брод 4	190	7	23	19	6	7	8
Брод 5	220	4	18	16	12	14	16
Брод 6	330	5	33	15	16	10	13
Брод 7	320	6	21	24	8	16	17
Брод 8	230	2	17	19	10	1	2
Брод 9	210	7	72	24	8	7	10
Брод 10	270	10	109	22	10	10	14
Брод 11	340	4	113	15	12	3	5
Брод 12	340	11	27	21	14	19	21
Брод 13	270	2	58	22	6	2	3
Брод 14	210	6	46	21	14	15	21

**Табела I.47:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 47

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	210	8	710	16	18	9	12
Брод 2	280	14	35	19	12	16	19
Брод 3	350	10	100	24	16	18	24
Брод 4	160	5	23	20	12	5	7
Брод 5	270	5	54	15	18	5	8
Брод 6	230	12	48	15	10	12	13
Брод 7	210	13	100	23	6	13	14
Брод 8	200	9	82	19	14	1	3
Брод 9	300	4	25	18	18	8	11
Брод 10	350	2	39	22	8	1	2
Брод 11	180	12	17	18	12	13	18
Брод 12	310	9	81	20	16	15	19
Брод 13	190	14	69	22	6	20	22

Брод 14	350	1	21	23	20	20	23
---------	-----	---	----	----	----	----	----

**Табела I.48:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 48

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	210	11	850	19	18	11	14
Брод 2	330	8	68	20	12	8	10
Брод 3	240	3	91	22	10	3	4
Брод 4	230	7	120	15	14	7	10
Брод 5	180	8	116	23	18	8	13
Брод 6	350	14	65	16	16	14	17
Брод 7	230	12	116	19	10	12	15
Брод 8	320	14	14	17	16	15	18
Брод 9	270	10	7	18	20	4	7
Брод 10	220	6	37	21	14	1	3
Брод 11	330	14	70	16	14	16	20
Брод 12	310	7	64	17	10	5	6
Брод 13	240	4	109	16	6	1	3
Брод 14	320	6	65	16	8	1	2

**Табела I.49:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 49

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	210	2	530	22	12	3	6
Брод 2	310	7	53	18	20	7	10
Брод 3	350	1	6	19	6	1	2
Брод 4	350	13	6	21	12	13	18
Брод 5	170	9	11	24	18	9	12
Брод 6	190	1	72	16	6	1	2
Брод 7	150	1	29	22	16	1	4
Брод 8	270	3	101	20	20	3	7
Брод 9	170	7	103	19	10	5	7
Брод 10	230	2	116	23	8	11	14
Брод 11	330	1	59	18	16	11	18
Брод 12	260	11	27	16	18	15	19
Брод 13	220	5	28	21	14	19	21
Брод 14	190	11	65	21	18	11	17

**Табела I.50:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 50

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	310	3	1000	22	16	17	20

Брод 2	190	11	19	16	8	7	8
Брод 3	300	5	55	16	12	2	4
Брод 4	290	6	75	21	10	1	2
Брод 5	320	3	112	17	14	22	24
Брод 6	320	12	101	18	20	17	20
Брод 7	210	9	108	19	16	3	6
Брод 8	210	11	70	19	20	13	16
Брод 9	250	12	70	18	8	7	8
Брод 10	210	1	103	21	12	3	6
Брод 11	320	14	5	16	6	15	16
Брод 12	320	7	107	16	16	13	17
Брод 13	260	11	49	15	14	5	8
Брод 14	200	11	5	18	18	10	14

**Табела I.51:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 51

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	250	12	180	22	16	13	20
Брод 2	240	13	51	15	8	13	14
Брод 3	280	2	110	17	12	4	6
Брод 4	290	13	96	15	16	12	15
Брод 5	300	9	116	15	18	8	11
Брод 6	200	2	79	23	20	2	6
Брод 7	290	4	5	21	14	5	9
Брод 8	280	8	102	18	8	10	11
Брод 9	180	14	113	24	8	22	24
Брод 10	170	14	82	15	8	15	16
Брод 11	250	3	91	19	18	1	4
Брод 12	350	14	90	18	8	18	19
Брод 13	220	14	48	22	18	16	22
Брод 14	270	7	79	22	8	8	10
Брод 15	190	12	21	16	18	16	23

**Табела I.52:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 52

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	170	5	100	21	8	5	7
Брод 2	350	3	7	17	18	1	4
Брод 3	150	4	64	21	14	4	6
Брод 4	310	9	94	21	14	9	11

Брод 5	320	7	113	22	8	7	8
Брод 6	330	5	16	19	18	5	9
Брод 7	160	12	69	15	14	12	15
Брод 8	230	9	57	17	10	9	13
Брод 9	200	8	2	24	12	13	18
Брод 10	310	13	41	16	12	14	17
Брод 11	240	5	20	23	6	16	18
Брод 12	340	11	96	20	8	12	15
Брод 13	180	11	38	24	6	11	12
Брод 14	200	6	64	15	8	16	17
Брод 15	180	8	20	19	8	18	19

**Табела I.53:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 53

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	6	1	13	14	7	7	5
Брод 2	16	114	115	70	8	29	43
Брод 3	20	17	22	16	21	16	18
Брод 4	21	25	25	32	31	28	22
Брод 5	8	10	12	8	18	8	8
Брод 6	5	1	18	15	8	9	5
Брод 7	6	2	22	16	11	10	6
Брод 8	6	1	13	14	7	7	5
Брод 9	16	114	115	70	8	29	43
Брод 10	20	17	22	16	21	16	18
Брод 11	21	25	25	32	31	28	22
Брод 12	8	10	12	8	18	8	8
Брод 13	5	1	18	15	8	9	5
Брод 14	6	2	22	16	11	10	6
Брод 15	6	1	13	14	7	7	5

**Табела I.54:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 54

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	2	9	4	6	9	4	5
Брод 2	109	106	99	32	72	3	52
Брод 3	21	21	15	15	18	20	21
Брод 4	31	23	16	20	18	20	24
Брод 5	16	10	16	16	6	8	8
Брод 6	3	9	11	5	9	5	3

Брод 7	7	10	15	8	11	8	4
Брод 8	2	9	4	6	9	4	5
Брод 9	109	106	99	32	72	3	52
Брод 10	21	21	15	15	18	20	21
Брод 11	31	23	16	20	18	20	24
Брод 12	16	10	16	16	6	8	8
Брод 13	3	9	11	5	9	5	3
Брод 14	7	10	15	8	11	8	4
Брод 15	2	9	4	6	9	4	5

**Табела I.55:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 55

	Дужина брода [м]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [м]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [кран-час]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	230	1	550	17	6	1	3
Брод 2	260	10	52	19	14	10	12
Брод 3	340	1	100	15	18	1	5
Брод 4	230	2	11	24	16	1	4
Брод 5	350	8	16	16	8	9	10
Брод 6	210	2	21	16	10	6	7
Брод 7	290	12	47	18	12	16	18
Брод 8	280	12	100	16	20	12	15
Брод 9	260	11	97	19	8	15	18
Брод 10	290	3	8	18	18	5	8
Брод 11	280	10	48	24	14	19	24
Брод 12	180	8	64	24	10	8	9
Брод 13	170	14	51	15	8	14	15
Брод 14	350	10	79	22	12	19	22
Брод 15	180	12	76	17	12	19	21

**Табела I.56:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 56

	Дужина брода [м]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [м]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [кран-час]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	290	12	510	17	18	12	15
Брод 2	300	13	110	15	20	12	15
Брод 3	200	2	96	15	14	1	3
Брод 4	290	13	116	23	8	22	23
Брод 5	280	9	79	21	8	9	10
Брод 6	180	2	5	18	8	1	2

Брод 7	170	4	102	24	18	9	12
Брод 8	250	8	113	15	8	5	6
Брод 9	350	14	82	19	18	16	19
Брод 10	220	14	91	18	8	16	17
Брод 11	270	3	90	22	18	3	6
Брод 12	190	14	48	22	10	16	20
Брод 13	300	14	79	16	8	7	8
Брод 14	200	7	21	19	8	7	10
Брод 15	250	12	85	19	14	20	23
Брод 16	290	2	4	21	12	2	7

**Табела I.57:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 57

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	200	5	690	17	12	5	10
Брод 2	310	12	57	24	6	12	14
Брод 3	240	9	2	16	8	9	12
Брод 4	340	8	41	23	6	8	10
Брод 5	180	13	20	20	8	13	16
Брод 6	200	5	96	24	8	5	8
Брод 7	180	11	38	15	12	11	15
Брод 8	170	11	64	19	6	11	13
Брод 9	330	6	20	16	18	6	14
Брод 10	270	8	73	24	20	5	11
Брод 11	260	2	32	15	12	2	7
Брод 12	180	1	79	22	12	1	5
Брод 13	320	8	83	23	10	3	4
Брод 14	280	11	90	23	18	14	22
Брод 15	220	14	55	15	10	15	16
Брод 16	250	2	11	18	6	2	4

**Табела I.58:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 58

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	280	11	780	19	18	11	14
Брод 2	270	6	88	19	20	7	10
Брод 3	190	4	78	19	12	4	6
Брод 4	210	6	55	18	6	6	8
Брод 5	240	2	66	20	8	2	3

Брод 6	190	2	36	20	12	2	7
Брод 7	320	14	90	23	14	14	20
Брод 8	190	14	23	22	8	14	17
Брод 9	190	9	83	21	14	9	11
Брод 10	180	1	23	18	16	1	8
Брод 11	190	4	45	23	8	3	5
Брод 12	240	5	76	20	6	1	2
Брод 13	210	12	94	18	10	12	13
Брод 14	340	1	10	24	10	14	18
Брод 15	240	1	112	23	12	15	20
Брод 16	180	3	94	20	12	18	20

**Табела I.59:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 59

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	290	12	510	17	18	12	15
Брод 2	300	13	110	15	20	12	15
Брод 3	200	2	96	15	14	1	3
Брод 4	290	13	116	23	8	22	23
Брод 5	280	9	79	21	8	9	10
Брод 6	180	2	5	18	8	1	2
Брод 7	170	4	102	24	18	9	12
Брод 8	250	8	113	15	8	5	6
Брод 9	350	14	82	19	18	16	19
Брод 10	220	14	91	18	8	16	17
Брод 11	270	3	90	22	18	3	6
Брод 12	190	14	48	22	10	16	20
Брод 13	300	14	79	16	8	7	8
Брод 14	200	7	21	19	8	7	10
Брод 15	250	12	85	19	14	20	23
Брод 16	290	2	4	21	12	2	7

**Табела I.60:** Вредности случајних променљивих и временски прозори  $[S_i, E_i]$   
-Пример 60

	Дужина брода [m]	$ETA_i$ [h]	$p_i$ [m]	$EFT_i$ [h]	$qch_i$ [kran-čas]	$S_i$	$E_i$
Брод 1	200	5	690	17	12	5	10
Брод 2	310	12	57	24	6	12	14
Брод 3	240	9	2	16	8	9	12
Брод 4	340	8	41	23	6	8	10

Брод 5	180	13	20	20	8	13	16
Брод 6	200	5	96	24	8	5	8
Брод 7	180	11	38	15	12	11	15
Брод 8	170	11	64	19	6	11	13
Брод 9	330	6	20	16	18	6	14
Брод 10	270	8	73	24	20	5	11
Брод 11	260	2	32	15	12	2	7
Брод 12	180	1	79	22	12	1	5
Брод 13	320	8	83	23	10	3	4
Брод 14	280	11	90	23	18	14	22
Брод 15	220	14	55	15	10	15	16
Брод 16	250	2	11	18	6	2	4

## **Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада**

Име и презиме аутора: Ивана Вукићевић Бишевац

Број индекса: ДС09Д005

Студијски програм: Саобраћај

Наслов рада: РАСПОРЕЂИВАЊЕ РЕСУРСА У ЛУЧКИМ ТЕРМИНАЛИМА ПРИМЕНОМ МЕТОДА ОПЕРАЦИОНИХ ИСТРАЖИВАЊА

Ментор: Проф. др Катарина Вукадиновић, редовни професор  
Универзитета у Београду, Саобраћајног факултета

Потписана Ивана Вукићевић Бишевац

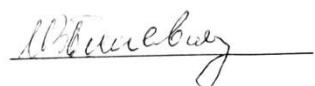
изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

**Потпис докторанда**

У Београду, 16.7.2021. год.



## **Изјава о ауторству**

Потписана: Ивана Вукићевић Бишевац

број индекса: ДС09Д005

### **Изјављујем**

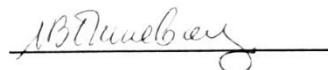
да је докторска дисертација под насловом

### **РАСПОРЕЂИВАЊЕ РЕСУРСА У ЛУЧКИМ ТЕРМИНАЛИМА ПРИМЕНОМ МЕТОДА ОПЕРАЦИОНИХ ИСТРАЖИВАЊА**

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

### **Потпис докторанда**

У Београду, 16.7.2021. год.



## Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

### РАСПОРЕЂИВАЊЕ РЕСУРСА У ЛУЧКИМ ТЕРМИНАЛИМА ПРИМЕНОМ МЕТОДА ОПЕРАЦИОНИХ ИСТРАЖИВАЊА

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, 16.7.2021. год.



1. Ауторство - Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. Ауторство – без прераде. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцима, односно лиценцима отвореног кода.

## Биографија аутора

Ивана Вукићевић Бишевац, дипломирани инжењер саобраћаја, рођена је у Косовској Митровици 1984. године. Основну школу „Стана Бачанин“ завршила је у Лешку као носилац Вукове дипломе, а Гимназију у Лепосавићу 2003. године. Дипломирала је 2009. године на Одсеку за логистику Универзитета у Београду Саобраћајног факултета са просечном оценом 8,53, а дипломски рад „Процена штета и ризика у карго осигурању“ одбранила је највишом оценом. Мастер академске студије уписала је 2011. године на модулу за Водни саобраћај и транспорт Универзитета у Београду Саобраћајног факултета и положила све испите предвиђене Наставним планом са просечном оценом 9,87. Мастер рад „Распоређивање радника у лучком терминалу применом метахеуристика“, са највишом оценом одбранила је 2013. године. Докторске академске студије на студијском програму „Саобраћај“ Универзитета у Београду Саобраћајног факултета уписала је 2010. године и положила све испите предвиђене Наставним планом са просечном оценом 10.

У звање асистента за ужу научну област Луке и пристаништа изабрана је у јануару 2013. године. Ангажована је на следећим обавезним предметима основних академских студија Планирање и развој лука и пристаништа и Лучко пројектовање и управљање, као и на изборним предметима Основи водног саобраћаја, Лучки оптимизациони модели и Лабораторијске вежбе из Операционих истраживања у саобраћају. До школске 2016/2017. била је ангажована на обавезному предмету Вероватноћа и статистика. На Мастер академским студијама ангажована је у извођењу вежби на обавезному предмету Модели за саобраћајно технолошко пројектовање лучких терминала и изборном предмету Квантитативне менаџмент методе у транспорту и комуникацијама.

У току досадашњег рада објавила је као аутор или коаутор три рада у међународним часописима са *SCI* листе (са *IF*), три рада у домаћим часописима, као и седамнаест радова и саопштења на домаћим и међународним научним скуповима и конференцијама. Коаутор је једне монографије.

Удата је и мајка је двоје деце.